

学校的理想装备

电子图书·学校专集

校园网上的最佳资源

60个数学游戏



内容提要

这是一本有趣的书，适合小学中高年级喜欢动脑筋的同学读。60个游戏选择、编译自苏联《在机智的王国》，内容比较新颖，写法比较生动，有切实的数学思想方法。看起来这些游戏简单明白，可要给出正确的解答还得多想一想，有的还得想仔细点、周全点才行。这就有趣了。

六十个数学游戏

一、猜一猜，算一算

剪呢料

一个裁缝，有一块十六米长的呢料，他每天从上面剪下两米，问多少天后，他剪下最后的一段呢料？

答得太快，就可能答错。

666

把数 666 增大半倍，可是不得对它作任何数学运算。

不让按习惯的算法找答案，得另外打主意。那就从数字本身动动脑筋。

有多少只猫

房间里有四个屋角，每个屋角上坐着一只猫，每只猫的前面又有三只猫，每只猫的尾巴上还有一只猫。请问：房间里一共有多少只猫？

要是有人这样算：每只猫的前面有三只猫， $4 \times 3 = 12$ ，每只猫的尾巴上还有一只猫，那就是 16 只猫，加起来一共有 20 只猫。这样算对吗？其实，这个题根本不用算，正确的答案就有了。

二、怎样算

卖鸡蛋

一个农村少年，提了一筐鸡蛋到市场上去卖。他把所有鸡蛋的一半加半个，卖给了第一个顾客；又把剩下的一半加半个，卖给了第二个顾客；再把剩下的一半加半个，卖给了第三个顾客……当他把最后剩下的一半加半个，卖给了第六个顾客的时候，所有的鸡蛋全部卖完了，并且所有顾客买到的都是整个的鸡蛋。请问：这个少年一共拿了多少鸡蛋到市场上去卖？

半个鸡蛋怎么卖呢？这个题看起来难，其实简单。用倒推法，问题一下就解决了。要紧的是要想清楚，第六次的一半加半个只能是一个鸡蛋。倒推法简便可靠，是一种解决问题的好方法。

毛毛虫爬树

星期天的早晨六点钟，有一条毛毛虫开始爬树。

白天，到十八点钟，它爬上去了五米；晚上，它退下来了两米。请问：它什么时候爬到九米？

要是这样算—— $9 \div (5 - 2) = 3$ ，显然不对。因为经过两个昼夜，在星期二早晨，毛毛虫已经爬到了六米；而这个白天，它会继续往上爬，到十八点钟还能爬五米。 $6 + 5 = 11$ （米），已经超过了。请算一算，它究竟是在什么时候正好爬到九米？当然，毛毛虫的爬行是等速的。

骑车人和苍蝇

A、B 两个城市，相距三百公里。有两个骑自行车的少年，在同一时间，分别从这两个城市出发，以每小时五十公里的速度，沿着同一条路迎面骑来。有一只苍蝇，以每小时一百公里的速度，与 A 城骑车少年一同飞出。苍蝇超过骑车少年，向着 B 城骑车少年迎面飞去，与他相遇后，又立即转身朝 A 城骑车少年飞去，与他相遇后，又回过头来迎着 B 城骑车少年飞去。苍蝇这样飞来飞去，直到两个骑车少年相会，便停在一个骑车少年的帽子上。请问：苍蝇飞了多少公里？

遇到这样的问题，要细心一点。说苍蝇飞来飞去，容易把人搞糊涂，只想着怎样去进行计算，忘掉了去弄清楚苍蝇不停地飞了多少时间。一想，原来很简单。

旅行者和狗

少年 A 和 B，沿同一条路线朝同一方向走着。A

在 B 前面八公里处，以每小时四公里的速度行进；B 每小时走六公里。其中一个少年带着一条狗。狗以每小时十五公里的速度，离开主人，向另一个少年跑去，然后返回到主人这里，接着又朝另一个少年跑去。狗这样跑来跑去，一直到两个少年走到一起。请问：狗跑了多少路？

这个题和上一个题相似。不论狗是哪个少年的，答案都一样。

渡过海洋的航行

某轮船公司，每天正午，从法国的勒阿弗尔市发出一艘轮船，通过大西洋，开往美国的纽黑文市。在同一时间，这家公司也有一艘轮船从纽黑文市开往勒阿弗尔市。这些船的航程都是七天。请问：从勒阿弗尔市开往纽黑文市的船，在航程内会碰上多少艘本公司从对面开来的船？

要是有人马上回答“七”艘，那就错了。不能简单地认为，一天发一艘

轮船，七天就是七艘。实际情况是：在轮船从勒阿弗尔市启航时，这家轮船公司已经有八

艘轮船从纽黑文市开往勒阿弗尔市，其中一艘正从纽黑文市开发。这样，从勒阿弗尔市开出的这艘轮船，一定要遇到这八艘轮船。此外，在七天航行期间，还有七艘轮船从纽黑文市开出，其中最后一艘轮船启航，是在这艘轮船到达纽黑文市的时候。这些轮船同样会与它相遇。

求一个数

一个数，用 2 除余数为 1，用 3 除余数为 2，用 4 除余数为 3，用 5 除余数为 4，用 6 除余数为 5，可是用 7 除时，这个数被整除了。求这个数。

看一看变化，想一想原因。一想，要是把所求的数加 1，那么，还用 2、3、4、5、6 这几个数分别去除时，结果都没有余数。这叫倍数。60 是 2、3、4、5、6 的最小公倍数。它的公倍数还有 120、180、240……从这些数中，找一个使 7 除余 1 的数，或者说，找一个数减 1 以后，可以被 7 整除，这就是所要求的数了。这个数究竟是多少呢？算算看。

三、速算，巧算

用手指帮助记乘法表

有个小朋友，老记不住 1 到 10 与 9 相乘的乘法表。他父亲教给他一个用手指帮助记忆的方法：

把两只手的手指伸开，并排在桌子上。假定每一个手指按顺序代表一个相应的数：左边第一个手指为 1，第二个手指为 2，第三个手指为 3……一直到第十个手指代表 10。现在，我们来把十个数中的任意一个与 9 相乘。注意，不要把手从桌上移开，只要把表示乘数的手指，稍微往上抬高一点。好，那么，这个手指左边的其它手指就给出了乘积的十位数字，右边的几个手指就是乘积的个位数。

例如：7 与 9 相乘，就把第七个手指向上抬起。看，在这个手指的左边有 6 个手指，这就是乘积的十位数字；这个手指的右边有 3 个手指，这就是乘积的个位数。7 乘以 9，积为 63。

1 到 10 十个数与 9 相乘的乘法表是：

$$\begin{array}{ll} 1 \times 9 = 9, & 6 \times 9 = 54, \\ 2 \times 9 = 18, & 7 \times 9 = 63, \\ 3 \times 9 = 27, & 8 \times 9 = 72, \\ 4 \times 9 = 36, & 9 \times 9 = 81, \\ 5 \times 9 = 45, & 10 \times 9 = 90. \end{array}$$

在这里：乘积的十位数字依次增大 1——0、1、2、3、4、5、6、7、8、9；个位数正相反，依次减小 1——9、8、7、6、5、4、3、2、1、0；个位数字与十位数字的和都等于 9。所以，只要简单地抬高相应的手指头，就可以看出乘积。人的手，真是一个好用的计算器。

一个求平方的速算法

碰上求个位数为 5 的两位数的平方，有一个很简单的心算法方：把十位数上的数，与比它大 1 的数相乘，然后在积后面添上 25。

例如：求 35 的平方，十位数上是 3，比 3 大 1 的数为 4， $3 \times 4 = 12$ ，后面再添上 25，得 $35^2 = 1225$ 。

请回答 $85^2 = 7225$ 是怎样得出来的？能解释一下为什么会有这样的结果吗？

其实，这个水平方的方法，对个位数为 5 的任何数都能用，只是心算起来不那么简便罢了。可是，费点事，也还是可以节省时间的。

例如： $10 \times 11 = 110$ ，那么， $105^2 = 11025$ ；
 $12 \times 13 = 156$ ，那么， $125^2 = 15625$ ；
 $123 \times 124 = 15252$ ，那么， $1235^2 = 1525225$ 。

数列的和

不用依次相加，就可以很快知道 1 到 10 十个数的和。在一张纸上写上：

$$\begin{array}{l} 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10, \\ 10、9、8、7、6、5、4、3、2、1. \end{array}$$

现在，来计算一下，每一列两个数的和，就会发现每一列都是 11。总共 10 列，加起来是 110，它的一半是 55。显然， $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$ 。

这个方法，也可以用来求其他类似数列的和。例如求从 1 到 100 各数的和，等于 101 的 100 倍的一半，得 5050。

掌握了这个方法，请用它尽快解两道题：

一、一百个苹果摆成一排，每相邻两个苹果之间的距离为一米。一个园

丁来收苹果，他把篮子放在距离最前面的一个苹果一米远的地方，每次拿一个苹果放到篮子里后，再去拿下一个苹果，就这样依次把苹果一个一个地收集起来。请问：他要走多长的路才能把苹果收集完？注意：园丁需要从放篮子的地方，走到每一个苹果那里，拿了苹果转身再走回到放篮子的地方。二、报时钟一昼夜响多少下？要是这个时钟半点钟又响一下，那一昼夜响多少下？注意：普通时钟一次最多响十二下，一昼夜是十二小时的二倍。

四、渡河与让路

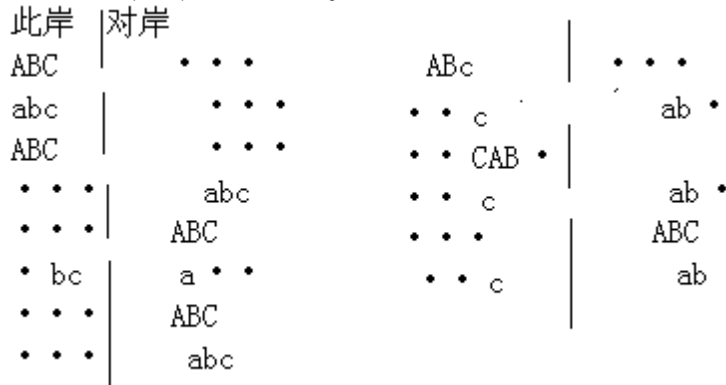
一队战士

一队战士要过河去，桥被毁了，河水又冷又深，怎么办呢？这时候，他们发现有两个小孩，驾一条小船向岸边划来。可是，船太小了，每次只能渡一个战士，或者两个小孩。后来，战士们都渡过河去了，用的就是这条小船。他们是怎样渡过去的呢？

木匠和他们的徒弟

三个木匠，各带一个徒弟，在河边相遇，都要到对岸去做活。他们找来一条小船，可以坐两个人，要把师徒六人都渡过去不难。谁知这三个徒弟好象事先商量好的一样，提出来过河先后不挑，只是要和自己的师傅在一起。要是自己的师傅不在，就不能跟别人的师傅在一起。这不是故意出难题吗？可是，三个木匠一合计，终于想出了办法：用这条小船，把六个人顺利地渡到了对岸；同时，也遵守徒弟们提出的条件。他们是怎么渡的呢？

这个问题，用图来表示，一看就清楚了。字母 A、B、C 表示木匠，他们的徒弟分别用 a、b、c 来表示。请看：



要是四个木匠各带一个徒弟，按照这个题目规定的条件，用这条小船能渡过去吗？

轮船让路

在运河上，有 A、B、C 三条轮船相继行进，迎面有 D、E、F 三条轮船相继驶来。运河很狭窄，连两条轮船都不能错开。可是，在运河的一边有一段河湾，在那里可以停一条轮船。这样，要使六条轮船各自沿着原先的航线行进，能错开吗？

不要忘了，轮船可以前进，也可以后退。

五、困难的分配

分饼干

把五块饼干平均分配给六个小朋友，可是不能把任何一块饼干切成六等份。

题目规定，不能把任何一块饼干切成六等份，可是并不限制把饼干分成小块。要是把其中的三块各分成两半，那么，就得到六小块一样大的饼干；再把剩下的两块各分成三等分，又得得大小相等的六小块饼干；然后，把它们分给六个小朋友。这样，问题就解决了。

类似的问题很多。例如：题目中的数 5 和 6，可以换成 7 和 6，7 和 10，9 和 10，11 和 10，13 和 12。

问题的提法也可以变化。例如：把五张纸平均分给八个学生，又不要把任何一张纸分成八等份。

这类改小份为大份的问题，对理解分数的意义有帮助。

谁的算法正确

甲乙两个伐木工人，一同在森林中工作。甲带了四个肉饼，乙带了七个肉饼。当他们坐下来准备吃午饭的时候，一个猎人走过来说：“真糟糕，弟兄们，我在森林中迷路了，这里离村子还很远，请分点食物给我吃吧。”请坐，嘞，没有什么好吃的，不要见怪。”甲和乙说。十一个肉饼，三个人平均分着吃了。

吃过饭后，猎人在口袋里摸了一阵，摸出一张一元和一张一角的钞票，说：“请不要见怪，弟兄们，我没有再多的钱了，请你们自己分吧。”猎人走了，两个伐木工却争执起来。甲说：“我认为，这钱应该平分。”乙反对，说：“十一个肉饼得一元一角，一个肉饼应得一角。你是四个肉饼，应该给你四角，我是七个肉饼，应该得七角。”

他们两人谁的算法正确呢？一元一角钱应该怎样分才合理？

显然，两人算法都不正确。甲乙各有的肉饼不是一样多，而两人吃的肉饼却是一样多，说明甲乙拿出来肉饼的多少。这样，平分猎人留下的一元一角钱是不合理的。要是按一个肉饼一角钱来分，可是十一个肉饼并不都是猎人吃了。十一个肉饼，三个人平均吃了，每人吃了 $\frac{11}{3}$ 个肉饼。甲有四个肉饼，自己吃了 $\frac{11}{3}$ 个肉饼，他给了猎人 $4 - \frac{11}{3} = \frac{11}{3}$ 个肉饼。乙有七个肉饼，自己吃了 $\frac{11}{3}$ 个肉饼，他给了猎人 $7 - \frac{11}{3} = \frac{10}{3}$ 个肉饼。猎人吃了 $\frac{11}{3}$ 个肉饼，共付给他们一元一角，这就是说，每 $\frac{1}{3}$ 个肉饼他给了一角钱。好了，算一算甲乙两人各应得多少钱？

应该怎样分

有二十一个一样大小的小桶，其中七个装满了清凉饮料，七个装了一半的清凉饮料，还有七个是空的。现在，要把这些小桶和清凉饮料平均分给三个人，使每个人得到的饮料和小桶数都一样多，可是不得把饮料从一个桶倒进另一个桶。应该怎样分呢？

二十一个小桶，三个人平分，每个人得七个小桶。现在，来计算每个人应得多少饮料。有七个小桶是满的，有七个小桶空的，要是能从每个装满饮料的小桶中，各倒一半饮料到七个空桶里，加上七个半桶的，总共就是二十

一个装了一半饮料的小桶，正好每人分七个半桶饮料。明白了这一点，不用把饮料从一个桶倒到另一个桶里，也可以把全部饮料均分了。这就是说，满桶和空桶要配对分配。具体分法是：

	满桶	半桶	空桶
第一人	2		3
第二人	2		3
第三人	3	1	

请想一想，还有没有别的分法？

两个人分饮料

两个朋友，各买了四公升饮料，装在一个大桶里。拿回家后，他们准备把饮料分开，可是手边没有别的量器，只有两个空小桶，一个能装五公升，一个能装三公升。后来，他们就用那一个大桶和两个小桶把饮料分开了。他们是怎样分的呢？

这个问题有两个答案。一个答案是：

	大桶	5 公升桶	3 公升桶
转注之前	8	0	0
第一次转注后	3	5	0
第二次转注后	3	2	3
第三次转注后	6	2	0
第四次转注后	6	0	2
第五次转注后	1	5	2
第六次转注后	4	3	1
第七次转注后	4	4	0

请想一想另一个答案。

六、童话和故事

仙鹤怎样解答问题

有一只失群的孤雁，在天空飞着。远处飞来一群大雁，孤雁迎上去说：“朋友们好。你们一共有多少只“呀？”前面的一只老雁答道：“你看，要是再有我们这样多的一样，再加上一群的一半，再加上一群的四分之一，再加上你，那么，就刚好是一百只。”

孤雁一边继续向前飞行，一边思考着，它究竟遇见了多少同伴呢？想啊，想啊，怎么也解答不了这个问题。这时候，它看见一只仙鹤歇在池塘边，它高兴极了。仙鹤在鸟类中享有“数学家”的称号，一定能帮助解决这个问题。大雁飞到仙鹤跟前，讲了刚才经历的事情。

仙鹤听完后，慢慢地向前走了几步，然后回过头来对大雁说：“试试看。只要细心，会搞清楚的。”

仙鹤弯下脖子，用嘴在地上画了一条线，在旁边又画了一条同样长的线，然后画长度为一半的一条线，再画四分之一长的一条线，最后点了一点如图：

“现在你来看，明白了吗？”仙鹤抬起头问道。“还是不明白。”大雁看了图，沮丧地回答。

仙鹤说：“好，我来讲给你听。一条线，又一条线，表示一群大雁，再加一群；一半的那条线表示一群大雁的一半，四分之一一条线表示四分之一群大雁，最后的一小点，就是你。明白吗？”

“明白啦，这么多就是一百只。”大雁高兴地说道。“要是没有你，那是多少只？”

“九十九只。”

仙鹤用脚把一点抹掉，说：“现在，让我们来算一算，四分之一群加二分之一群的和，是四分之几群？”大雁看着地上的图，答道：“是四分之三群。”“好”。仙鹤夸奖大雁，“那么，整群是多少个四分之一群？”

“当然是四个。”大雁回答。

“对。可是领头的大雁说的是一群加一群，再加半群，再加四分之一群，总数是九十九。所以，要是全部化成四分之一，那总共有多少个四分之一？”

大雁想了想，回答道：“一群是四个四分之一群；再加一群，又是四个四分之一群；再加半群，是两个四分之一群；再加上一个四分之一群，总共是十一个四分之一群。”

“对啦。”仙鹤说，“现在请你说说，这个题的答案是多少？”

“我知道了，”大雁说，“十一个四分之一群等于九十九只大雁，一个四分之一群有九只大雁。”

“那么，一群大雁……”

“一群包含四个四分之一群，我遇见了三十六只大雁。”大雁高兴地大声说。

“问题的答案正是这样。”仙鹤郑重地说。

农民和土豆

三个农民住进一家旅店，关照店主给他们煮些土豆，然后，都去睡了。店主煮熟了土豆，没有叫醒他们，而是把一盆土豆放在桌上就走开了。一个农民醒了，看见桌上的土豆，他数了数，拿出三分之一，吃完后又睡了。过

了一会儿，另一个农民醒了，他不知道已经有一个同伴吃掉了一份。所以，他数了数盆里的土豆，吃了三分之一，又睡了。接着，第三个农民也醒来了，他以为他是第一个醒来的，数了数剩在盆里的土豆，吃了其中的三分之一。就在这时候，他的两个同伴也都睡醒了，看见盆里还剩八个土豆，于是，各人都把事情作了说明。请你计算一下，店主一共拿来多少个土豆？已经吃掉了多少土豆？每人还应该吃多少土豆，才能使三人吃的一样多？

第三个农民吃了自己的一份后，还留下八个，可见他醒来看到盆里有十二个土豆。这十二个，就是第二个醒来的农民留下的。现在，你就这样往前推算吧，很快就可以得到答案。

两个牧童

甲乙两个牧童相遇了。甲说：“你给我一只羊，那我的羊就是你的两倍。”乙说：“最好是你给我一只羊，那样的话，我和我的羊就一样多了。”诸问：他们各有多少只羊？

这是一个很多人都知道的古老问题。假设甲拿出一只羊，不是给乙，而是给另外的某个人，那他们两人的羊会一样多吗？不会的。仍然是甲有的羊比乙多，多多少呢？多一只。由此可知，甲比乙多二只羊。

乙比甲少二只羊，要是他拿出一只羊来，不是给甲，而是给另外的某个人，那甲所有的羊就比乙多三只；要是这只羊给了甲，而不是给另外的人，那甲所有的羊就比乙剩下的羊多四只。这时，甲有的羊是乙的两倍，也就是，乙剩下的羊是四只了。所以，乙有五只羊，甲有七只羊。

奇怪的结果

两个少年在市场上卖大苹果，一个要两个卖五角，另一个要三个卖一元。他们的篮子里各有三十个苹果，第一个少年可以卖七元五角，第二个少年可以卖十元。为了表示友好和便于买卖，他们商定：把两个人的苹果合起来卖，不挑不选，一元五角五个。卖完后，他们惊奇地发现：卖了十八元，比原来能卖的钱多出五角。没差没错，怎么多出了五角？这钱应该归谁得呢？当两个少年在算账，想搞清楚这是怎么回事的时

候，被另外两个卖苹果的少年听到了。他们觉得，两个人合起来卖，可以多赚钱，决定也照这个办法来卖。

这两个少年也各有三十个苹果，一个要两个卖一元，能卖十五元，另一个要三个卖一元，能卖十元，一共能卖二十五元。可是，接五个二元钱卖完后，他们也惊奇地发现：总共只卖二十四元，比两人分开卖少了一元。

用同样的办法，结果却是一个多卖了五角，一个少卖了一元，这真是奇怪了。实际上，当两个少年把苹果合在一起卖的时候，已经不是按照各自定的价格了。要是他们考虑到这一点，就不会感到惊奇了。好，现在以后两个少年的卖法为例，来看看他们是怎样少卖了一元钱的：

要是他们各自单独卖苹果，第一个少年要两个苹果卖一元，就是一个苹果卖 $\frac{1}{2}$ 元；另一个少年是三个苹果卖一元，就是一个苹果卖 $\frac{1}{3}$ 元。当他们把苹果合在一起，并且按每五个苹果二元卖的时候，每一个苹果的价格就变成了 $\frac{2}{5}$ 元。这就是说，第一个少年的全部苹果不是按 $\frac{1}{2}$ 元一个卖的，而是按 $\frac{2}{5}$ 元卖的，每个苹果少了 $\frac{1}{10}$ 元（ $\frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$ ），一共有三十个苹果，共少卖了

三元钱。另一个少年的苹果也不是按 $\frac{1}{3}$ 元一个卖的，同样是按 $\frac{2}{5}$ 元一个卖的，每个苹果就多卖了 $\frac{1}{15}$ 元（ $\frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$ ），一共是三十个苹果，共多卖了二元。两相似消，当然比各自单独卖少了一元了。

现在，为什么前面两个少年多卖了五角，也就好明白了。

布 岗

有一座正方形的城，要求在城墙上布置十六个哨兵站岗。警卫班长是按每边五个人布置的，结果如图：

排长来了，他对这样布置
岗哨不满意，命令按每边六个人布岗。排长走后，连长来了，他巡视了一下，命令按每边七个人布岗。按照排长和连长的命令，十六个哨兵应该怎样布置呢？

采蘑菇

阿姨带着四个孩子去林子里采蘑菇。在林子里，他们分头往各处去找。半小时后，阿姨坐在树下休息，数了数篮子里的蘑菇，她采了四十五个。不一会，孩子们都跑到她这里，一个个空着篮子，一个蘑菇也没有采到。

“阿姨”，一个孩子请求，“给我一个蘑菇吧，篮子不是空的，就会采到许多蘑菇。”

“也给我一个吧。”

“我也要。”

阿姨把自己采的全部蘑菇都分给了孩子。之后，大家重新又分头去采。结果，第一个孩子找到了两个蘑菇；第二个孩子却丢失了两个蘑菇；第三个孩子采到的蘑菇，和阿姨给他的一样多；可第四个孩子却把阿姨给他的丢失了一半。当孩子们回到幼儿园，数数自己的蘑菇，嘿，太巧了，原来大家篮子里的蘑菇一样多。请问：每个孩子从阿姨那里得到多少蘑菇？他们回到幼儿园后，每个人有多少蘑菇？

一想，阿姨给第三个孩子的蘑菇最少，因为他的蘑菇有一半是自己采到的。为了方便，假设阿姨给了第三个孩子一把蘑菇。他自己又采到了阿姨给他的一样多的蘑菇，第三个孩子带回来的是两把蘑菇。第四个孩子带回来的蘑菇和三个孩子的一样多，也是两把。可是他在路上丢失了一半，所以阿姨给他的蘑菇是四把。

第一个孩子带回来两把蘑菇，其中有两个是他自己采到的。实际上，阿姨给了他两把少两个蘑菇。

第二个孩子带回来的也是两把蘑菇，是可他在路上丢失了两个。这就是说，阿姨给了他两把还多两个蘑菇。

阿姨给了孩子们一把加四把加两把加两把蘑菇，一共九把，其中有两把差两个，另外两把多两个，正好抵消。已经知道阿姨一共采了四十五个蘑菇，每把有 $45 \div 9 = 5$ 个蘑菇。好，下面的问题就好回答了。

有多少鸡蛋

一个少年用小车推着一篮鸡蛋去卖。在路上，一辆手扶拖拉机撞了小车一下，篮子掉在地上，所有的鸡蛋全打碎了。司机想赔给他钱，问他总共有多少鸡蛋。“我不知道。”少年说，“只记得我一对一对地移放时，最后剩一个。当我接三个、四个、五个、六个移放鸡蛋时，也都是剩一个。当我按七个移放时，就一个也不剩了。请你算算，有多少鸡蛋？”

司机想，这是要求出一个数：它被七整除，而用二、三、四、五、六来除时，都有余数一。能被二、三、四、五、六整除的最小的数，就是这些数的最小公倍数，是六十。也就是要求的这个数是：能被七整除，又比六十的倍数多一的数。这个数可以用逐次尝试法求得： $60 \div 7 = 8$ ，余 4；

$$2 \times 60 \div 7 = 17, \text{ 余 } 1;$$

$$3 \times 60 \div 7 = 25, \text{ 余 } 5;$$

$$4 \times 60 \div 7 = 34, \text{ 余 } 2;$$

$$5 \times 60 \div 7 = 42, \text{ 余 } 6。$$

$$5 \times 60 + 1 \div 7 = 43。$$

啊，少年的篮子里最少有 $5 \times 60 + 1 = 301$ （个）。想一想，司机的算法为什么是对的。

七、用一张纸做的练习

长方形

一张不规则的纸，怎样用
小刀裁出一个长方形？

把纸放在桌上，靠近一边

E 的边缘把纸折起来，用小刀

沿折线裁去一小条纸，便得到

一条直线边 EAD。再沿 ED 方向，让 EA 和 AD 的一段重叠在一起，使得到折线 AB。用同样的方法折出 DC 以及 BC。裁去多余部分，ABCD 就是一个长方形了。

正方形

怎样用一张长方形的纸折出一个正方形？

用上题裁好的长方形纸 ABCD，把其中的一条短边 BC，与长边 CD 对齐，斜着折叠

出一条折线。角 B 的顶点落在 CD 边上的点记为 F，折线与 BA 边相交的点记为 E。然后沿 E、F 两点折叠，把纸展开，BEFc 就是正方形。在这个图上的每个角都是直角，每条边的边长相等。

现在，过正方形的两对对

角的顶点，折出两条对角线。一看，这两条对角线相交成直角，互相平分，交点就是正方形的中心。再一看，每一条对角线把正方形分成两个可以叠合在一起的三角形，六个顶点都在正方形的四个顶点上，并且都是直角等腰三角形。再一看，两条对角线把正方形分成四个可以叠合的直角等腰三角形，它们的公共顶点是正方形的中心。

现在，再把正方形的两对对边，对折一下，得到两条折线。这两条折线，过正方形中心，互相平分，分别与正方形的一对对边垂直，平分这两条边，并且与另一对对边平行，把正方形分成两个可以折叠重合的长方形。这两个长方形由四个可以叠合的正方形组成，每一个长方形再由一个大的和二个小的直角等腰三角形组成。

要是在这个正方形内，折一个小的内接正方形，再折一个更小的内接正方形如图，那类似的变化就更多了。

等腰三角形

怎样用一张正方形的纸折等腰三角形？

把正方形纸的一对对边，对折一下，得到的一条折线叫中线。在这条中线上任意取一点，过这点与中线两边的正方形的两个顶点折

线，就得到一个或两个等腰

三角形。中线把等腰三角形

分成两个可以叠合的直角三角形，并且平分等腰三角形的顶角。

等边三角形

怎样用一张正方形纸折等边三角形？

在正方形的中线上取一点 B，使它到正方形的两个顶点 A、C 的距离，等于正方形的边长 AC，然后象上题那样折叠，就得到一个等边三角形。

在中线上找 B 很容易。

只要把底边 AC，从一端 A 向上斜折过去，直到另一端 C 落到中线上，那一点便是 B。折 AB、CB，便得到等边三角形 ABC。

等边三角形的三个角相等，也叫等角三角形、正三角形。它有三条高线，分别垂直平分底边，并且相交于一点，把等边三角形 ABC 分成可以叠合的六个直角三角形、三个等腰三角形和三个四边形。此外， $A'BC'$ 也是等边三角形，它的面积是 ABC 的四分之一。

正六边形

怎样在一张正方形纸上拆一个正六边形？

用上题的方法，先折出正方形的两条中线 AB、CD；交于 O；然后，以 O 为端点，折出等边三角形 AOE、AOH、BOF、BOG；再折出 EF 和 HG。这样，多边形 AEFBGH 的边和角都相等，是一个正六边形。

常见的装饰图案，有的就是用直角三角形、等腰三角形、等边三角形和正六边形拼成的，很好看，用纸折也不难。

正八边形

怎样在一张正方形纸上折一个正八边形？

先在正方形里面折一个内接正方形 ABCD 如图。再以 A、B、C、D 为端点，分别

把原正方形的边，和内接正方形的边折叠在一起，得到 E、F、G、H。这样，多边形 AEBFCGDH 的八条边和八个角都相等，是一个正八边形。

一个有趣的折纸

不管是什么样的三角形，它们的三个内角的和都

等于 180° 。这个道理，可以用折纸的办法来说清楚。

先用纸裁一个任意形状的三角形 AEF。然后，沿直线 AB 折

叠，使 EF 自己叠合。展开纸，再把三角形的 E 和 F，分别与 A 叠在一起，得到 c 和 D。再折出 CG、CB、DB、DH 和 CD。一看，三角形 AEF 的三个角 1、2、3 正好都搬到 EF 上的 B 点。我们知道，从角的角度看，直线是 180° 的角叫平角。由此可见，三角形的内角和是 180° 。

怎样切

请看图。它是由三个大小相同的正方形组成。要求从这个图中切下一部分，把切下的部分和留下的部分拼成一个正方形，并使这个正方形的中间，有一个正方形的缺口。想一想，应该怎样切？

用一张硬纸，照图画三个正方形。然后，把每个正方形，分成四个大小相同的小正方形，这样问题就好解决了。

长方形变正方形

一张长方形的纸，宽 4 厘米，长 9 厘米。怎样把这个长方形切成大小相同的两部分，然后拼成一个正方形？

这个问题，也可以用画小方格的方法来解决。类似的问题很多，不妨自己设计试试。

拼破角布

一个女孩有一块长方形的布，大小为 120×90 平方厘米。布的两个角已经破了，必须裁去两个相等的直角三角形如图。可是，她还想保持布的长方形，就要求妈妈把布剪成

两部分，垫点布，用缝纫机缝成一个长方形，并且一点不浪费布料。妈妈实现了她的愿望。请问：妈妈是怎样做到的？

拼方格布

奶奶有两块方格布。一块为 60×60 平方厘米，另一块为 80×80 平方厘

米如图。她决定用它们做成一块大小为 100×100 平方厘米的方格布。妈妈接下了这件活，答应每一块最多裁成两部分，并且不剪破任何一个方格请问：妈妈是怎样做的？

切蛋糕

一块蛋糕上有七朵月季花如图。要求三刀把它分成七部分，使每一部分有一朵花。

正方形的一种变化

怎样把一张正方形的纸分成二十个大小相同的三角形，再用它们拼成五个大小相同的正方形？

八、数 谜

猜数

取 1 到 12 个数，把它们沿一个圆圈摆好如图。无论谁从这个圆圈里暗定一个数，

都能够很快地把它猜出来。当然，也可以用 12 张扑克牌猜暗定的牌点，还可以拿一个时钟来猜暗定的钟点。

好。现在你让一个小朋友，在心里暗定圆圈中的一个数。然后，你在这个圆圈上给他指定任意一个数，并用心算把这个数加上 12（这可是个秘密，不能让人知道），算好了，你大声说出这个数，就让暗定数的人，从他自己确定的数默数起，要求在心里默数的时候，从你指定的那个数开始数，沿圆圈反时针方向挨个数过去，一直数到你大声说出的那个数为止。这样，就正好停在他暗定的数上。

假定小朋友暗定圆圈中的数是 5，你指定的数是 9，把 12 与 9 用心算加起来，得 21。然后，你对他说：“请你默数，由你指定的那个数数起，从 9 开始数，沿反时针方向，依次数过去。当数到 21，你就停下来。”他从 5 那里开始，由数 9 数起，9、10、11……数到 21，就会停在他暗定的数 5 上。

这个游戏有点唬人。其实，道理简单。从 5 到 9 是这样数：5、6、7、8、9；从 9 到 5，也得经过这几个数：9、8、7、6、5。只是要倒过来数。加 12，再数一圈，又回到同一个数 5。

明白了道理，还可以编出许多更有趣的游戏。例如暗定 5、指定 9，你就可以变个花样，说：

“现在，我敲桌子。敲第一下，你在心里，把你暗定的数加 1。敲第二下，你再加 1。这样如下去，当加到 21 时，你就大声说 21。”这时，你停止敲桌子，就可以指出他暗定的数是 5。

为什么你准能指出 5 呢？因为你在敲桌子的时候，在心里数着 1、2、3、……他说“21”时，你数到 16。考虑到他是从 9 数起，要是从 5 数起，那你应数到 17。然后，你由 9 那里开始，反时针方向从 1 数到 17，就数到了 5。

商等于多少

让你的小伙伴任意写一个三位数，要求两端的数字不同，并把它们的差告诉你。写好后，再让他把这个数两端的数字交换位置，又得到一个数。然后，把较大的数减去较小的数，所得的差一定可以被 9 整除，而你总能够说出这个差被 9 除的商是多少。

商等于那个三位数两端数字的差与 11 的乘积。例如， $845 - 548 = 297$ ， $297 \div 9 = 33 = (8 - 5) \times 11$ 。

为什么会这样呢？一个办法，是把所有的三位数，一个一个地算一遍。另一个办法，是摹仿“一个求平方的速算法”的答案，用字母代替三位数给出证明。

数 1089

你在小纸条上写个数 1089，把它装进信封里，封好，交给你的伙伴。然后，请他在信封上面任意写一个三位数，要求这个数两端的数字不同，并且

差大于 1。写好后，请他把两端的数字交换位置，用较大的数减去较小的数。在所得的结果中，再把两端的数字交换位置，把得到的三位数与前面两个三位数的差相加，得到一个和。好了，请他打开信封，取出写有 1089 的小纸条，使他惊讶的是，这个数正好是他得到的数。

这个听起来有些拗口的游戏，说的是：

只要 $(A-C)$ 大于 1，不管 A、B、C、D、E、F 是什么数字，GHI 总是 1089。为什么会这样呢？

先看 F。因为 A 大于 C，所以 $(C-A)$ 不够减，向 B 借 1，得 $F = 10 + C - A$ 。

再看 E。B-1-B 不够减，向 A 借 1，得 $E = 10 + B - 1 - B = 9$ 。

再看 D。D = A - 1 - c。

于是，得

$$F + D = D + F = 10 + C - A + A - 1 - C = 9;$$

$$E + E = 18。$$

这样，使得到 GHI = 1089 了。

奇妙的表

下页的表分五列，记了从 1 到 31 的数。

随你暗定其中的一个数，只要指出在这个表中那几列上有这个数，那么，我立即可以猜出这个数。例如，你暗定的数是 28。那么，你只要说出它在表中的第 3、4、5 列，我不用看表，就能告诉你暗定的数是 28。

夏天，你把这个表抄贴在扇片上，一边乘凉，一边和同伴玩这个游戏，那真是别有风味。

奥妙在哪里呢？很简单。你只要记住写在最下面一栏的数就行了。暗定的数 28 在 4、8、16 列，你只要把它们加起来，得 28，这就是暗定的数。

这个表是怎样编出来的呢？

很简单。写出一串数：1、2、4、8、16，即 2^0 、 2^1 、 2^2

2^3 、 2^4 ，它们的和为 31。这样，31 以内的每一个正整数，都是这五个数中的几个的和。例如， $27 = 16 + 8 + 2 + 1 = 2^0 + 2^1 + 2^3 + 2^4$ ，就在表中把它

们固定在确定的列了。

每一个整数，都可以写成 2 的幂的和。这个表还可以继续编下去，并且可以把每一个数都用 0 和 1 这两个数码来表示。例如 27 可以表示为 11011，15 可以表示为 1111。这种计数的方法为二进制。

用二进制来记数，只要把整数，表示为 2 的幂的和就行了。例如：

数	二进制表示
---	-------

$$2 = 2^1 \quad 10$$

$$3 = 2^1 + 2^0 \quad 11$$

$$31 = 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0 \quad 11111$$

$$32 = 2^5 \quad 100000$$

$$134 = 2^7 + 2^2 + 2^1 \quad 10000110$$

二进制在计算机中记数是很方便，记任何一个数只要两个记号就够了。

偶数

请你暗定一个偶数。把它增加二倍后，取一半，再增加二倍。好了，现在，你只要告诉我得数用 9 除的商是多少，我就能立即说出你暗定的数。

假定暗定的数是 6，增加二倍得 12，这个数的一半等于 6，再增加二倍

得 27，用 9 去除，得 3，3 就是暗定数的一半。

这个游戏，暗定数也能是奇数。只是说法要作一点改变。奇数增加二倍后，不能被 2 整除，加 1 后再象前面那样作。

例如，暗定的数是 5，增加二倍得 15；15 加 1 得 16；16 的一半是 8；8 增加二倍得 24。24 除以 9，商 2，余 6。把商 2 乘 2，再加 1，得暗定数 5。

为什么准是这样，一样可以用字母代替数给出证明。

九、数和物的游戏

用三个 5 记一个数

怎样用三个 5 列出一个算式，结果等于 1？ $1 = (\frac{5}{5})^5$ 。请你想一想还有没有其他答案？

类似这样的问题还有：

- (1) 怎样用三个 5 记 2？
- (2) 怎样用三个 5 记 4？
- (3) 怎样用三个 5 记 5？
- (4) 怎样用三个 5 记 0？
- (5) 怎样用五个 3 记 31？

车票上算 100

乘车外出，假定你买到的一张车票号码是 524127，不要改变数字的次序，你能在数字之间添上数学运算符号，使得数为 100 吗？

要是几个小伙伴一起乘车，还可以组织一次竞赛：看谁最先用自己票上的数字得到 100？

抢 100

两个人轮流说 1 到 10 中的任一个数，把这些数一个接一个加上去，谁说到 100，谁就胜了。

例如，第一个人说 7，第二个人说 10，得到 17，随后第一个说 5，得 22；……

你想自己准能说到 100，在这之前，先要说到 89。你说到 89 后，不管对方怎么说，你都能说到 100 了。而你要说到 89，先要说到 78。

从 100 开始，逐次减去 11，便得一串取胜的数：89、78、67、56、45、34、23、12、1。

这串数很好记住，并且推开始说，谁就可以获胜。不过，要是开始说的人不知道这个窍门，你就随时可以占领取胜的数，一步、一步，数到 100。

移火柴——两根一对

十根火柴排成一行。要求每隔两根移动一根，例如 1 往 4 移，移动五根后，使十根火柴配成五对。

这个题看起来容易，

实际上还需要费点脑筋。你试试：4 往 1 移，7 往 3 移，5 往 9 移，6 往 2 移，8 往 10 移。成功了。想想看，还有别的移法吗？

移火柴——三根一堆

15 根火柴排成一行。要求每隔三根移动一根，把它们分成三根一堆。

火柴多了，移动的次数也多，为了不弄乱了，最好把排成一行的火柴依次标上号码。

有趣的游戏

请你与同伴一块玩个游戏。在桌上摆三小堆火柴，例如，分别是 12、10 和 7 根。然后，轮流从一堆火柴堆里取出火柴，可以取一根，也可以一次取完整堆火柴，可是不能一根不取。谁取完火柴，谁就赢了。例如，A、B 两人轮流取火柴的变化是：

开始	12、10、7
A 取 1	12、10、6
B 取 3	12、7、6

A 取 11	1、7、6
B 取 2	1、5、6
A 取 2	1、5、4
B 取 2	1、3、4
A 取 2	1、3、2
B 取 1	1、2、2
A 取 1	0、2、2
B 取 1	0、1、2
A 取 1	0、1、1
B 取 1	0、0、1

最后取完火柴的是 A，他获胜了。那么，A 是否总能获胜呢？

这个问题的答案与二进制有关。把 12、10、7 分别用二进制表示：

12——1100，

10——1010，

7——111。

竖看这三个数的每一列，除最右边的一列外，都有两个 1。A 先取，只要每次使每一列有两个 1 或者一个 1 也没有，就能获胜：

12——1100，

10——1010，

6——110。

A 取 1 后，B 取 3，破坏了这个结果。A 再取 11，又恢复了这个结果：

1——1，

7——111，

6——110。

这以后，不管 B 怎么取，总要破坏这个结果；而 A 总可以恢复它，直到取得胜利。

由此可见，要是开始时的数组符合这个要求，并且两人都知道取胜诀窍，那么，总是先取数的人输，后取数的人赢了。在这种情况下，先取数的人，只好把希望寄托在对手出错。

要是把火柴分成四堆、五堆或者更多的堆，不管每堆多少根，用这个办法也一样能取得胜利。

十、跳棋子

移动棋子

把四个白棋子和四个黑棋子摆好如图，要求把白棋子移到号码为 1、2、3、4 的格子里，把黑棋子移到号码为 6、7、8、9 的格子里。移动的规则是：

- (1) 每个棋子一次能走到相邻的一格，或者跳过一个格，不得再往前跳；
- (2) 无论哪个棋子不能返回它曾到过的格子；
- (3) 在每个格子里不能多于一个棋子；
- (4) 从白棋子开始跳。

二十四步移动，可以使黑白棋子的位置对换：

6 到 5	2 到 4	4 到 6
4 到 6	1 到 2	2 到 4
3 到 4	3 到 1	3 到 2
5 到 3	5 到 3	5 到 3
7 到 5	7 到 5	7 到 5
8 到 7	9 到 7	6 到 7
6 到 8	8 到 9	4 到 6
4 到 6	6 到 8	5 到 4

请你想一想，还有没有更好的跳法？

要是五个白棋子和五个黑棋子，或者更多的棋子，又该跳多少步才能互换位置呢？

要是两个白棋子和两个黑棋子，那幼儿园的小朋友会感到兴趣。

四对棋子

取四个白棋子和四个黑棋子，把它们排列成白黑相间的一串。左边外面可以利用的空位有两个，而移到这两个空位的只能是两个紧挨着的棋子，并且不得改变它们的顺序。要求把棋子作四次成对的移位，得到的排列顺序是：四个黑棋子在前，四个白棋子在后。

为了便于说明，把棋子

从左到右编上号码：

第一次移位，把 6

和 7 移到空位，得：

第二次移位，把 3

和 4 移到空位，得：

第三次移位，把 7 和 1 移到空位，得：

第四次移位，把 4 和 8 移到空位，便得到所要求的排列顺序：

五对棋子

五个白棋子和五个黑棋子摆成交替变换的一排如图：

利用两个空位，把两个相邻的棋子，在不改变它们相互位置的条件下，移到空位上去。这样经过五次移位，得到的排列顺序是：前五个全是黑棋子，后五个全是白棋子。

(1) 把 8 和 9 移到空位：

(2) 把 3 和 4 移到空位：

(3) 把 6 和 7 移到空位：

(4) 把 9 和 1 移到空位：

(5) 最后，把 4 和 10 移到空位：

六对棋子

六个白棋子和六个黑棋子摆成交替变换的一排如图。利用两个空位，每次把相邻的两个棋子在不改变它们相互位置的条件下，移到空位。要求经过六次移动，最后把它们排成前面全是黑棋子，后面全是白棋子。

做过前面两个游戏，这个游戏就不难了。第一步是把 10 和 11 移到左边外面的空位上去。

还有一种有趣的排列方法：

把十二个黑棋子和十二个白棋子摆成一个圆或者一排。从第一个棋子开始数数，每数到第七个就把它拿掉。要想这样拿掉全部的白棋子，而黑棋子全都留在原位不动，棋子应该怎样排列？

答案是把棋子摆成：

这个答案是怎样得来的？可以用一排二十四根火柴来说明：

按从一数到七，第一次把 7、14、21 三根火柴拿出来，把它们放到一边。又按从一到七数数，不过这一次是从第 21 根之后接着数，也就是从 22 数起，再返回这一排的开头往下数，这一次可从排列的火柴中拿掉 4、12、和 20 三根火柴。就这样重复数下去，下一次拿掉 5、15、24 三根；再拿掉 10、22 两根，最后拿掉第 9 根，留下十二根。现在，在留下火柴的地方放上黑棋子，而在拿走火柴的地方放上白棋子，就得到了所要求的排列。

十一、魔方

填三个数

在九个方格的正方形中，每个方格填入 1、2、3 三个数中的一个，使竖、横、对角线上的三个数的和，都等于 6。请找出所有的填法：在九个方格中都填上 2，是一种填法。别的填法不这么简单，得好好想一想了。

首先，在正方形的中心，既不能填 1，也不能填 3。

为什么呢？

假设按要求把九个数填好了。现在，把两条对角线和第二横线上的数相加得 18，再减去第一和第三竖线上的数的和 12，差 6 等于正方形中心数的三倍。所以，正方形中心的数只能是 2。

其次，要使三个数的和等于 6，只有这三个数是 1、2、3 或者全都是 2 才行。所以，在正方形四个角上的数，至少有一个是 2。

说到这里，剩下的空格就好填了。它一共有四种填法。

填二十五个数

把从 1 到 25 的二十五个数，分别填入二十五个方格的正方形中，使竖、横、对角线上的五个数的和都相等。

要是在九个方格的正方形中，填入 1 到 9 九个数，使竖、横、对角线上的三个数都相等，一个简单好记的方法是：

仿照这个办法，很快就能把二十五个数填到方格中去。

填十六个数

在十六个方格的正方形中，分别填入 1 到 16 十六个数，使竖、横、对角线上四个数的和都相等。解上题的方法，在这里不能用了。因为那是奇数个方格，这里是偶数个方格。建立偶数个方格的魔方，要复杂得多，而且填法也不止一个。

填四个字母

怎样在十六个方格的正方形中填入四个字母 a，使每行、每列和每条对角线上，都只有一个字母 a？把一个字母填入一条对角线上的一个方格中，在另一条对角线上，就出现了两个不能填的方格。这两个方格，分别与已经填入字母的方格在同一行和同一列上。在另一条对角线的另外两个方格中的一个，填入第二个字母。按照题目条件，已经填入对角线的两个字母，决定了其它两个字母的位置，并且很好填。这样，要是确定了第一个字母在一条对角线上的位置，那么，这个题有两个答案。考虑到第一个字母可以填在一条对角线上的任何一个位置，所以这个题有 $2 \times 4 = 8$ 个答案。

要是四个字母不同，那就有 $8 \times 24 = 192$ 个答案了。

十二、一笔画

有人拿出右下的图形宣布说，谁能不间断地一笔画出这个图形，既不重复，又不遗漏，就重奖谁。

有的人为了试一试自己的聪明，不惜纸张和时间，企图按要求一笔画出这张图。结果，全都失败了。这就是有名的一笔画问题。

有的图形看起来简单好画，可是一笔画不出来。

例如具有两条对角线的四边形就画不出来。有的图形看起来复杂难画，却很容易一笔画出来。例如具有全部对角线的凸五边形就好画。

传说穆罕默德在签名的时候，是用一笔画出两个月牙形的图来代替。

为什么有的图形能一笔画出来，有的就不行呢？

仔细一想，原来图形的交点，由 2、4、6、……偶数条线的偶点组成，就能从其中任一点开始，不重复地经过所有的线，再回到开始点，一笔画出图形。这是因为由一条线画到一个点，必须另有一条线，才能不重复地画出来。

明白了这个道理，要是图形有两个奇点，那就从一个奇点开始，另一个奇点结束，同样能一笔画出这种图形。要是图形的奇点超过两个，那无论怎么画，都不能一笔画出这种图形了。

下面的图形，有的能一笔画出来，有的不能。请你判断一下，不能一笔画出来的图形，至少要几笔才能画出来？

注意。线图上的奇点数总是成对出现的，这对判断一笔画或者多笔画有用。

附：答案

一、猜一猜，算一算

剪呢料：第七天剪下最后一段呢料。

666：把这个数倒过来是 999。

有多少只猫：一共是 4 只猫。因为四只猫在一个房间，当然每只猫前面有三只；每只猫都有一只尾巴，说每只猫的尾巴上有一只猫，当然也对。

二、怎样算

卖鸡蛋：一共拿了 $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63$ 个鸡蛋去卖。

毛毛虫爬树：应该是在星期二的 13 点 12 分爬到 9 米高。

骑车人和苍蝇：两个骑车少年相会时各骑了 $150 \text{ 公里} \div 50 \text{ 公里} = 3$ 小时。苍蝇不停地飞了 3 小时，它飞了 $3 \text{ 小时} \times 100 \text{ 公里/小时} = 300$ 公里。

旅行者和狗：B 4 小时后赶上 A。在这段时间内，狗跑了 $4 \times 15 = 60$ (公里)。

渡过海洋的航行：会遇到 15 艘从对方开来的轮船。其中包括海洋上的 13 艘，以及启航和到达时的 2 艘。

求一个数：120 用 7 除余 1。这样，119 就是所求的最小的这个数。

三、速算，巧算

一个求平方的速算法：所有个位数为 5 的两位数，可以写成： $10a+5$ ，a 代表十位数字。求平方：

$$\begin{aligned}(10a+5)^2 &= 100a^2 + 2 \times 5 \times 10a + 25 \\ &= 100a^2 + 100a + 25 \\ &= a(a+1) \times 100 + 25.\end{aligned}$$

这个等式表明：求 $10a+5$ 的平方，为什么要十位上的数与比它大 1 的数相乘，右边再添上 25。

数列的和：一、园丁收集完苹果所走过的米数是 1 到 100 一百个数的和的两倍。也就是 101 的 100 倍，等于 10100 米。这样收集苹果的方法多累人。二、这个问题实际上是要求从 1 到 12 的所有数的和，就是 13 与 12 的乘积的一半。可是一昼夜是 24 小时，是 12 小时的二倍，所以钟响的次数正好是 $13 \times 12 = 156$ 响。至于半点钟时又响一下，加上 24 响就是了。

四、渡河与让路

一队战士：两个小孩先过河去，留下一个，另一个驾船回来，下船，让一个战士乘船过河去。然后，由留在对岸的小孩驾船回来，把另一个小孩带到对岸后，留下，再把船划回来，下船，让第二个战士乘船过河。就这样，小船每两次往返过河，就有一个战士渡过河去。有多少战士，就重复多少次。

木匠和他们的徒弟：按规定的条件，四个木匠和徒弟不能渡过去。为什么不能？得好好想一想。

轮船让路：A 开进河湾，B、C 后退，D、E、F 从 A 的旁边开过去。然后，A 开出河湾，按航线向前行驶；F、E、D 向后退到原先的位置。用同样的办法，让 B、C 也先后错过去。这样，所有的轮船就可以沿着各自的航线行驶了。

五、困难的分配

谁的算法正确：每 $\frac{1}{3}$ 个肉饼 1 角钱。甲给了猎人 $\frac{1}{3}$ 个肉饼，应该得 1 角。

乙给了猎人 $\frac{10}{3}$ 个肉饼，应该得 10 角，即 1 元钱。应该怎样分：还有一个分

法：

满桶	半桶	空桶	
第一个人	3	1	3
第二个人	3	1	3
第三个人	1	5	1

两个人分饮料：另一个答案是：

大桶	5 公升桶	3 升公桶	
转注之前	8	0	0
第一次转注后	5	0	3
第二次转注后	5	3	0
第三次转注后	2	3	3
第四次转注后	2	5	1
第五次转注后	7	0	1
第六次转注后	7	1	0
第七次转注后	4	1	3
第八次转注后	4	4	0

六、童话和故事

农民和土豆：第二个醒来的农民给自己的同伴留了十二个土豆，每人六个，这表明他自己也是吃了六个。由此得出第一个醒来的农民给同伴留了十八个土豆，每人九个，他自己吃了九个。这样，我们知道店主一共拿来二十七十个土豆。第一个农民已吃掉了自己的一份，所以，剩下的八个土豆，应该给第二个醒来的农民三个，给第三个醒来的农民五个。

奇怪的结果：两个苹果卖五角，一个卖 $\frac{1}{4}$ 元；三个苹果卖一元钱，一个卖 $\frac{1}{3}$ 元；合起来卖后，每个就变成卖 $\frac{3}{10}$ 元。这样，第一个少年的每个苹果多卖了 $\frac{1}{20}$ 元，三十个共多卖了一元五角；第二个少年每个少卖了 $\frac{1}{30}$ 元，三十个少卖了一元。两相抵消，就多卖了五角。布岗：

采蘑菇：孩子每人的篮子里都是十个蘑菇。阿姨给了第三个孩子一把蘑菇，即 5 个；给了第四个孩子四把蘑菇，即 $5 \times 4 = 20$ （个）；给了第一个孩子两把少两个蘑菇，即 $5 \times 2 - 2 = 8$ （个）；给了第二个孩子两把多两个蘑菇，即 $5 \times 2 + 2 = 12$ （个）。

七、用一张纸做的练习怎样切：

长方形变正方形：

拚破角布：

剪成 A、B 两块如图，把 B 向左移一个齿孔后，就可以重新拼成一个长方形。正方形的一种变化：

八、数谜

商等于多少：用 $100a + 10b + c$ 表示任意的三位数。得：

$$\frac{100a + 10b + c - (100c + 10b + a)}{9}$$

$$= \frac{99(a - c)}{9} = 11 \times (a - c)$$

偶数：暗定的偶数用 $2n$ 表示，得：

$$2n \cdot 3 = 6n ; 6n \div 2 = 3n ; 3n \cdot 3 = 9n ;$$

$9n \div 9 = n$ 。把商 n 加倍，就得到暗定数 $2n$ 。暗定的奇数用 $2n + 1$ 表示，得：

$$(2n+1) \cdot 3 = 6n+3 ;$$

$$(6n+3+1) \div 2 = 3n+2 ; (3n+2) \cdot 3 \div 9 = (9n+6) \div 9 = n , \text{余 } 6。$$

把商 n 加倍再后加 1，得暗定数 $2n+1$ 。

九、数和物的游戏

用三个 5 记一个数：

$$1 = \frac{5+5}{5} = 5^{5-5}$$

$$(1) 2 = \frac{5+5}{5}$$

$$(2) 4 = 5 - \frac{5}{5}$$

$$(3) 5 = 5+5-5 = 5 \times \frac{5}{5}$$

$$(4) 0 = 5 \times (5 - 5) = \frac{5-5}{5} = 5\sqrt{5-5}$$

$$= (5-5)^5$$

$$(5) \text{ 比前面的复杂些。下面是它的部分答案：} 31 = 3^3 + 3 + \frac{3}{3} = 33 - 3 + \frac{3}{3} =$$

$$33 - \frac{3+3}{3}。$$

车票上算 100：

$$100 = 5 \times (-2+4) \times (1+2+7)。$$

移火柴——两根一对：还可以这样移动：7 往 10 移，4 往 8 移，6 往 2 移，1 往 8 移，5 往 9 移。

移火柴——三根一堆：

经过十二次移动，问题就可以解决：2 往 6 移，1 往 6 移；8 往 12 移，7 往 12 移；9 往 5 移，10 往 5 移；4 移到 5 和 6 之间，3 移到 5 和 6 之间，11 移到 5 和 6 之间，13 移到 11 的位置，14 也移到 11，15 也移到 11。

十、跳棋子

六对棋子

十一、魔方

填三个数：

