

学校的理想装备

电子图书·学校专集

校园网上的最佳资源

数学益智读本

(下册)

eBOOK
内部资料 非卖品

前言

《数学益智读本》是一套供小学生开发智力的课外读物。旨在引导学生进行科学的思维训练，在加强基础的情况下，进一步提高智力水平，培养应用知识解决问题的能力。此书可供学有余力的小学生独立阅读，也可供教师和家长辅导学生使用。

当前，小学数学思维训练由于受“应试教育”的影响，出现了几种不正常的现象。第一，无限拔高。教师、家长从各处搜集许多难题、偏题、怪题让学生完成，使学生由热爱数学变成害怕数学。第二，题海战术。让学生大量做题，不从思维方法和解决问题的策略上进行训练，使学生感到数学乏味，不喜欢数学。第三，学生自己读书学习的机会少。教师或家长急于求成，见题就给学生“讲”，不给学生留出读书、学习、消化、吸收知识的空间，学生的学习完全是被动的，影响了自主性和创造性的发挥，不利于智力的开发和学习方法的培养。第四，只重视尖子生，忽视大多数学生智力的开发。智力开发原本是面向大多数，让每个学生在不同层次上都得到发展。由于种种原因，大多数学生被冷落，使数学智力训练成了尖子生的“专利”。这是不符合素质教育要求的。

数学在智力开发，提高审美情趣，培养严谨工作态度等方面有着特殊的功能。为了解决以上提到的许多问题，特组织全省部分优秀教研员和骨干教师编写了这套《数学益智读本》，用以引导小学生进行科学的数学智力训练。它的特点是：一、紧扣《九年义务教育小学数学教学大纲（试用）》的要求，努力贴近九年义务教育小学数学教材；二、题目由易到难编排，并分成上下两册，上册为小学中低年级学生用，下册为小学高年级学生用，既照顾不同水平学生，又照顾年级区别，适用多数学生阅读；三、内容覆盖全面，有利于学生多方面运用知识，全面增长能力；四、每题有思路研究，有解答过程，便于学生采用独立或半独立方式思考问题，学习知识，特别有助于读书习惯的培养。

本套书上下册对应，都是各分七个部分：第一部分，数的认识；第二部分，数的计算；第三部分，几何初步知识；第四部分，代数初步知识；第五部分，综合解答应用题；第六部分，需要加强的数学知识；第七部分，图形欣赏。全面呈现小学数学的基本内容，以知识性、趣味性、智力性相结合的形式，引导学生展开思维，深化知识。

由于时间仓促，水平所限，在内容安排和题目的编选上可能有疏漏和不当之处，欢迎广大老师、家长、同学提出批评和修改意见。

编者

1998年3月

数学益智读本

少？

想：大数是小数的 2 倍，大数的 3 倍是小数的 $2 \times 3 = 6$ 倍，小数比大数的 3 倍少 15，即小数的 $(6-1)$ 倍是 15。

$$\text{解：小数：} 15 \div (2 \times 3 - 1) = 3$$

$$\text{大数：} 3 \times 2 = 6$$

答：大数是 6，小数是 3。

6.21 是若干个连续的奇数中最小的一个，32 是若干个连续的偶数中最大的一个数。已知奇数和偶数共 9 个，它们的和是 241。这几个奇数和偶数分别是多少？

想：21 是连续奇数中最小的一个，32 是连续偶数中最大的一个。所以可排列如下：

21、23、25……

32、30、28……

连续奇数、偶数的差都为 2，最大的偶数与最小的奇数的和为 53，23 和 30 的和也为 53，25 与 28 的和也为 53……所以，只要看这 9 个数的和 241 里面有几个 53，这样对应的数就有几组。所得的余数，是偶数，就放在偶数列里，是奇数就放在奇数列里。再根据 241 是奇数，一定是偶数个偶数与奇数个奇数的和，判定多一个奇数。

解： $21+32=53$ ， $241 \div 53=4 \dots 29$ ，从 21 开始往后数，奇数有 4 个，再添上 29，从 32 开始往前数，偶数有 4 个，这 9 个数分别是：21，23，25，27，29，32，30，28，26。

答：奇数是 21，23，25，27，29；偶数是 32，30，28，26。

7. $\underbrace{1111 \dots 1}_{1997 \text{ 位}} \div 3$ 余几？

想：因为 $\underbrace{1111 \dots 1}_{1997 \text{ 位}}$ 里面每有 3 位就能被 3 整除，

1997 位故可先求出 1997 位里面包含着几个 3 位，余几位，再求出所余的几位除以 3 的余数，就是 $\underbrace{1111 \dots 1}_{1997 \text{ 位}} \div 3$ 的 1997 位余数。

解：(1) 求出 1997 位里面包含多少个 3 位，余几位

$$1997 \div 3 = 665 \text{ (个)} \dots 2 \text{ 位}$$

(2) 求出所余的 2 位除以 3 的余数

$$11 \div 3 = 3 \dots 2$$

答： $\underbrace{1111 \dots 1}_{1997 \text{ 位}} \div 3$ 余 2。

8. 把 6 放在一个两位数的右边，组成的三位数比原来的两位数大 294。原来的两位数是多少？

想：根据题意，形成的三位数比原来的两位数的 10 倍还大 6，即比原来的两位数多 6 倍还大 6，也就是说，294 是原来两位数的 9 倍还大 6。因此，得到下面的解法。

$$\begin{aligned} \text{解：} & (294-6) \div (10-1) \\ & = 288 \div 9 \\ & = 32 \end{aligned}$$

答：原来的两位数是 32。

9. 甲乙丙三数和是 100，甲数除以乙数，丙数除以甲数，得数都商 5 余 1。求乙数是多少？

想：因甲、丙两数都与乙数有关，所以设乙数为 x 。根据题意可知，甲数 $= 5x + 1$ ，丙数 $= (5x + 1) \times 5 + 1$ ，再根据题中的等量关系列方程解答比较容易。

解：设乙数为 x ，甲数是 $5x + 1$ ，
丙数是 $(5x + 1) \times 5 + 1 = 25x + 6$ ，
列方程，得
 $5x + 1 + x + 25x + 6 = 100$
 $31x + 7 = 100$
 $x = 3$

答：乙数是 3。

10. 一位老师把两个数交给甲，让他用减法算，又把同样的两个数交给乙，让他用除法算。结果甲得 29；乙商 3 差 1 大数不能被小数整除。这两个数各是多少？

想：根据条件“甲得 29”可知大数比小数多 29；又因“商 3 差 1 大数不能被小数整除”，可知（大数+1）后正好是小数的 3 倍。

解： $(29 + 1) \div (3 - 1) = 15$ （小数）
 $15 + 29 = 44$ （大数）

答：大数是 44，小数是 15。

11. 甲乙丙三名学生定期到王老师家学习，分别隔 3 天、4 天、6 天去一趟。他们三人在“五·一”这天正好都到王老师家。问下一次同时到王老师家是几月几日？

想：甲乙丙三人每隔 3 天、4 天、6 天去一趟，也就是分别 4 天、5 天、7 天去一趟，所以到下一次同时去的天数应是 4、5、7 的最小公倍数。由此可以推出是几月几日。

解：4、5、7 的最小公倍数 140， $140 \div 30 = 4 \dots 20$ 。因为五月、七月、八月都是大月 31 天， $20 - 3 = 17$ ，所以下一次同时到王老师家月份是 $5 + 4 = 9$ ，日子是 $17 + 1 = 18$ 。

答：下一次同时到王老师家是 9 月 18 日。

12. 有 130 个球，按 1 个红球，2 个白球，3 个黄球的顺序排列，最后一个是什么颜色的球？三种颜色的球各有几个？

想：把 1 个红球，2 个白球，3 个黄球看作一组，这一组共 $1 + 2 + 3 = 6$ （个）球，再根据 130 除以 6 的商和余数，判定组数和最后一个球的颜色，并推算出各种球的个数。

解： $130 \div (1 + 2 + 3) = 130 \div 6 = 21$ （组） $\dots 4$ （个）。由 1 红、2 白确定第 4 个是黄色的。

红球有 $1 \times 21 + 1 = 22$ （个），

白球有 $2 \times 21 + 2 = 44$ （个），

黄球有 $3 \times 21 + 1 = 64$ （个）。

答：最后一个黄色球。红色球有 22 个，白色球有 44 个，黄色球有 64 个。

13. 用 1—9 九个自然数，依次连续不断地排列成一个一百位数：

123.....9123.....9.....1。这个数能否被 3 整除？

想：这个数能否被 3 整除，只要看它各位数字的和能否被 3 整除。这个一百位数是用数字 1—9 连续不断的排列起来的，共有 11 组余 1，只要求出每一组的数字之和，就能知道这个数能不能被 3 整除。

解： $100 \div 9 = 11 \dots 1$ ， $1+2+\dots+9=45$ ， $45 \times 11+1=496$ ，496 不能被 3 整除。可知这个数不能被 3 整除。

答：这个数不能被 3 整除。

14. 一本书有 45 个页码，其中有一张被撕掉了，余下的各个页码的和正好是 1000，被撕掉的两个页码分别是多少？

想：可求 1 至 45 个页码的和是多少，看比 1000 少多少，就可得被撕掉的页码和。

解： $(1+45) \times 45 \div 2 - 1000$
 $= 1035 - 1000$
 $= 35$

因为被撕掉的一张纸的两个页码应是相邻的两个自然数，因此得到这两个页码应是 17、18。

答：被撕掉的两个页码分别是 17、18 页。

15. 有 26 颗棋子，甲乙两个人轮流拿。规定每次最多拿 3 个，最少拿 1 个，并且谁拿到最后一颗为负。如果甲先拿，那么谁胜谁负？

想：一个人不论取 3、2 或 1 个，另一个取的和它相加，一定可以使两个人每次取的总数为 4。 $26 \div 4 = 6 \dots 2$ ，若甲先拿一个，则剩 25 个，以后不论乙怎样拿，甲再拿的棋子数一定能与乙拿的凑成 4，这样最后一个棋子必落在甲的手中。

解：甲若第一次拿 1 个，能够使余下的个数比 4 的倍数多 1，则甲能取胜。若甲先拿 2 个，乙拿 3 个，余 21，则乙胜。若甲先拿 3 个，乙拿 2 个，余 21，则乙胜。

16. 小光和小华做猜数游戏。小光说：“我想好了一个数，如果在这个数的后面写上 6，这个数就增加 600000。你知道这个数是多少吗？”同学，你知道是多少吗？

想：所想的数的后面添 6，得到的数不但比原数扩大 10 倍，还多出一个 6，即 $(600000-6)$ 是原数的 $(10-1)$ 倍。由此便可求出原数。

解： $600000-6=599994$
 $599994 \div (10-1) = 66666$

答：小光想的这个数是 66666。

17. 一本科技书，第 2 页上有插图，以后每隔 3 页配一幅插图。第 26 幅插图应在第几页？

想：第 2 页上有插图，以后每隔 3 页都配有一幅插图，也就是每两幅图的页码数相差 4 页，第 1 幅图在第 2 页，第 2 幅图应在 $2+4$ 页，第 3 幅图应在 $2+4 \times 2$ 页，……第 26 幅图应在 $2+4 \times 25$ 页。

解： $2+4 \times 25=102$ (页)

答：第 26 幅插图应在 102 页。

18. 一篮苹果平均分给 6 个人，还余 5 个。如果把这篮苹果个数 4 倍的一大筐苹果分给 6 个人时，余几个苹果？

想：一篮苹果平均分给 6 个人余 5 个，一大筐苹果的个数是小筐的 4

倍，分给6个人时，原来余的个数就扩大4倍是20，20个苹果再分到不够分时，余下的数就是所求的答案。

解： $5 \times 4 \div 6 = 20 \div 6 = 3 \dots 2$

答：余2个苹果。

19. 某市开通了号码是7位数的程控电话，前三位号码是623或625。问这个城市电话号码不出现重复数字的电话有多少部？

想：这个城市的电话号码表示出来是：623 或 625。
要使每一部电话号码不出现重复数字，那么0—9剩余的数字在最左边方框可出现7个，顺次为6个，5个，4个。由此可推算出电话的部数。

解：前三位是623的电话部数：

$7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$ （部）

前三位是623和625一共电话部数：

$840 \times 2 = 1680$ （部）

答：这个城市不出现重复数字的电话是1680部。

（二）分数的认识

1. 已知 $\frac{A}{2}$ 、 $\frac{B}{3}$ 、 $\frac{C}{4}$ 是三个最简分数（A、B、C都是自然数），如果每个分数的分子都加上A，分母不变，所得到的三个新分数的和等于 $2\frac{1}{6}$ ，那么C是多少？

想：因为 $\frac{A}{2}$ 、 $\frac{B}{3}$ 、 $\frac{C}{4}$ 都是最简分数，所以A只能是1。B可能是1或2，C可能是1或3。可把这些数代入式中验证，确定B、C是多少。

解：当A=1，B=1时， $\frac{1+1}{2} + \frac{1+1}{3} + \frac{C+1}{4} = 2\frac{1}{6}$ ，则 $\frac{12}{12} + \frac{8}{12} + \frac{3C+3}{12} = \frac{26}{12}$ ，所以： $12+8+3C+3=26$ ，得C=1。可知C=1符合题意。

当A=1，B=2时， $\frac{1+1}{2} + \frac{2+1}{3} + \frac{C+1}{4} = 2\frac{1}{6}$ ，则 $1+1+\frac{C+1}{4} = 2\frac{1}{6}$

则 $1+1+\frac{C+1}{4} = 2\frac{1}{6}$ 。 $\frac{C+1}{4} = \frac{1}{6}$ ，所以C不是自然数，不合题意。

可知B=2。可确定只有A=1，B=1时C是1。

答：C是自然数1。

2. 将六个分数 $\frac{8}{35}$ 、 $\frac{3}{8}$ 、 $\frac{1}{45}$ 、 $\frac{11}{120}$ 、 $\frac{4}{9}$ 、 $\frac{5}{21}$ 分成三组，使每组两个分数的和相等，那么与 $\frac{1}{45}$ 分在同一组的那个分数是多少？

想：先求出六个分数的和，然后平均分成3份，求出分成三组后每组两个分数的和是多少，从和里减去 $\frac{1}{45}$ 得到的就是与 $\frac{1}{45}$ 分在同一个组的另一个分数。

$$\text{解：} \left(\frac{8}{35} + \frac{3}{8} + \frac{1}{45} + \frac{11}{120} + \frac{4}{9} + \frac{5}{21} \right) \div 3 = \frac{7}{15}$$

$$\frac{1}{45} = \frac{20}{45} = \frac{4}{9}$$

答：与 $\frac{1}{45}$ 分在同一组的那个分数是 $\frac{4}{9}$ 。

3. 一个分数，分子、分母的和为 21，分母增加 19 后可约成 $\frac{1}{4}$ ，原分数是多少？

想：分母增加 19，分子、分母的和为 $21+19=40$ ，分子、分母的和相当于分母的 $(1+\frac{1}{4})$ ，可求出分母。

$$\text{解：分母：} (21+19) \div (1+\frac{1}{4}) = 40 \times \frac{4}{5} = 32$$

$$\text{分子：} 32 \times \frac{1}{4} = 8$$

$$\text{原分母：} 32 - 19 = 13$$

$$\text{原分数为：} \frac{8}{13}$$

答：原分数是 $\frac{8}{13}$ 。

4. 分数 $\frac{73}{136}$ 的分子和分母都减去某一个数，约分后是 $\frac{2}{9}$ ，求减去的数。

想：原分数的分子、分母都减去同一个数，分子与分母的差不变，还是 $136-73=63$ ，而此分数约分是 $\frac{2}{9}$ ，即分子、分母的比是 2 : 9，分母比分子多 $9-2=7$ 份，就是 63。可求出此分子或分母，再求减去的数。

$$\text{解：} 73 - (136 - 73) \div (9 - 2) \times 2$$

$$= 73 - 9 \times 2 = 55$$

$$\text{或 } 136 - (136 - 73) \div (7 - 2) \times 9$$

$$= 136 - 9 \times 9 = 55$$

答：减去的数是 55。

5. 将分数 $\frac{1}{7}$ 的分子与分母同时加某个自然数，得到 $\frac{3}{5}$ 。求此自然数。

想：分数 $\frac{1}{7}$ 的分子、分母相差 6，而 $\frac{3}{5}$ 的分子、分母只差 2，这说明 $\frac{3}{5}$ 是由一个分子、分母相差 6 的分数约分而得到的，因为 $2 \times 3 = 6$ ，所以这个分数是 $\frac{3}{5} = 3 \times \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$ ，再把 $\frac{3}{7}$ 换成 $\frac{1+8}{7+8}$ ，就可得到结论。

$$\text{解：} 7 - 1 = 6 \quad 5 - 3 = 2 \quad 6 \div 2 = 3$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{9}{15} = \frac{1+8}{7+8}$$

答：分子、分母同时相加了 8。

6. 有一串自然数，已知第一个数与第二个数互质，而且第一个数的 $\frac{5}{6}$ 恰好是第二个数的 $\frac{1}{4}$ ，从第三个数开始，每个数字正好是前两个数

的和，问这串数的第 1998 个数被 3 除所得的余数是几？

想：因为第一个数 $\times 5/6 =$ 第二个数 $\times 1/4$ ，第一个数 : 第二个数 $= 1/4 \times 5/6 = 5/6 = 3/10$ ，又两数互质，所以第一个数是 3，第二个数是 10，这一串数为：3、10、13、23、36、59、95、154、249、403、652……，被 3 除余数为：0、1、1、2、0、2、2、1、0、1、1、2，……，按“0、1、1、2、0、2、2、1”循环，周期为 8。

解：1998 $\div 8 = 249 \dots 6$ ，所以第 1998 个数被 3 除所得余数是 249，周期段的第 6 个数即 2。

答：余数是 2。

7. 用 $\frac{5}{28}$ 、 $\frac{15}{56}$ 、 $1\frac{1}{20}$ 分别去除某一个分数，所得的商都是整，这个分数最小是几？

想：假设所求的分数为 $\frac{n}{m}$ ，则有 $\frac{n}{m} \div 2\frac{5}{8} = a$ ， $\frac{n}{m} \div \frac{15}{56} = b$ ， $\frac{n}{m} \div 1\frac{1}{20} = c$ ，即： $\frac{n}{m} \times \frac{28}{5} = a$ ， $\frac{n}{m} \times \frac{56}{15} = b$ ， $\frac{n}{m} \times \frac{20}{21} = c$ ，其中 a、b、c 为整数。

因为 a、b、c 为整数，所以 m 是 28、56、20 的最大公约数，n 是 5、15、21 的最小公倍数。

解：28、56 和 20 的最大公约数 m 是 4，5、15 和 21 的最小公倍数 n 是 105，

所以这个分数最小是： $\frac{n}{m} = \frac{105}{4} = 26\frac{1}{4}$ 。

答：这个分数最小是 $26\frac{1}{4}$ 。

8. 某班学生不足 50 人，在一次考试中有 $1/7$ 的学生得“优”， $1/3$ 的学生得“良”， $1/2$ 的学生得“及格”，那么有多少人不及格？

想：把全班人数看作“1”，先求出不及格人数占几分之几， $1 - (\frac{1}{7} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}) = \frac{1}{42}$ 。

由于人数只能是整数，所以全班人数分别能被 7、3、2、42 整除，可先求出它们的最小公倍数。

解：7、3、2、42 的最小公倍数是 42，正好符合不足 50 人，因此，全班人数是 42 人。不及格人数为： $42 \times \frac{1}{42} = 1$ （人）。

答：不及格人数是 1 人。

9. 同时满足下列条件的分数共有多少个？

- (1) 大于 $1/6$ ，并且小于 $1/5$ ；
- (2) 分子和分母都是质数；
- (3) 分母是两位数。

想：依据题意，由于分母是两位数，且又小于 $\frac{1}{5}$ ，所以分子只能是小于 20 的质数。

解：分子是2时， $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$ ， $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$ ，有 $\frac{2}{11}$ ；

分子是3时， $\frac{1}{6} = \frac{3}{18}$ ， $\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$ ，有 $\frac{3}{17}$ ；

分子是5时， $\frac{1}{6} = \frac{5}{30}$ ， $\frac{1}{5} = \frac{5}{25}$ ，有 $\frac{5}{29}$ ；

分子是7时， $\frac{1}{6} = \frac{7}{42}$ ， $\frac{1}{5} = \frac{7}{35}$ ，有 $\frac{7}{37}$ 、 $\frac{7}{41}$ ；

同理，当分子为11、13、17、19时，

有 $\frac{11}{59}$ 、 $\frac{11}{61}$ 、 $\frac{13}{71}$ 、 $\frac{13}{73}$ 、 $\frac{17}{89}$ 、 $\frac{17}{97}$ 、 $\frac{19}{97}$ 。

答：符合条件的有13个，分别是： $\frac{2}{11}$ 、 $\frac{3}{17}$ 、 $\frac{5}{29}$ 、 $\frac{7}{37}$ 、 $\frac{7}{41}$ 、 $\frac{11}{59}$ 、

$\frac{11}{61}$ 、 $\frac{13}{71}$ 、 $\frac{13}{73}$ 、 $\frac{17}{89}$ 、 $\frac{17}{97}$ 、 $\frac{19}{97}$ 。

10. 在下面的四个算式中，得数最大的是哪个算式：

(1) $(\frac{1}{19} + \frac{1}{17}) \times 20$ (2) $(\frac{1}{24} + \frac{1}{29}) \times 30$

(3) $(\frac{1}{31} + \frac{1}{37}) \times 40$ (4) $(\frac{1}{41} + \frac{1}{47}) \times 50$

想：原式不能直接比较，可每个算式括号内的两个分数与括号外的整数相乘，都可提出整数2，再比较后面的分数部分。

解：(1) $(\frac{1}{19} + \frac{1}{17}) \times 20 = 2 + (\frac{3}{17} + \frac{1}{19})$
 $= 2 + (\frac{9}{51} + \frac{3}{57})$

(2) $(\frac{1}{24} + \frac{1}{29}) \times 30 = 2 + (\frac{1}{4} + \frac{1}{29})$
 $= 2 + (\frac{9}{36} + \frac{3}{87})$

(3) $(\frac{1}{31} + \frac{1}{37}) \times 40 = 2 + (\frac{9}{31} + \frac{3}{37})$

(4) $(\frac{1}{41} + \frac{1}{47}) \times 50 = 2 + (\frac{9}{41} + \frac{3}{47})$

根据分子相同的分数，分母小的分数比较大，容易看出：(3)的得数比其余三个的得数大，即 $(\frac{1}{31} + \frac{1}{37}) \times 40$ 的得数最大。

答：得数最大的算式是： $(\frac{1}{31} + \frac{1}{37}) \times 40$ 。

11. 设A和B都是自然数，并且满足 $\frac{A}{11} + \frac{B}{3} = \frac{17}{33}$ ，那么A+B的和是多少？

想：在 $\frac{A}{11} + \frac{B}{3} = \frac{17}{33}$ 中，分母11和3是互质数，抓住这一特征，先将

$\frac{A}{11} + \frac{B}{3}$ 通分, 然后得 $\frac{3A}{33} + \frac{11B}{33} = \frac{3A + 11B}{33} = \frac{17}{33}$, 可求出 A、B 各是多少。

解: $3A + 11B = 17$, 由于 A、B 都是自然数, 经试算得出, $A = 2, B = 1$,
 $A + B = 2 + 1 = 3$

答: A+B 的和是 3。

12. 求 $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7}$ 的和的整数部分是多少?

想: 本题不计算结果, 只判断结果的整数部分, 算式中的 5 个数 $\frac{1}{3}$ 最大, 因此, 如果把 5 个数都看作 $\frac{1}{3}$, 结果一定大于原结果, 由此可作出判断。

$$\text{解: } \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} < \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times 5 = 1\frac{2}{3}$$

原式结果一定小于 $1\frac{2}{3}$, 故整数部分为 1。

(三) 小数的认识

1. 从 5 元、2 元、1 元、1 元、5 角、2 角、2 角、2 角、1 角的人民币里拿出 7.6 元, 有几种拿法?

想: 7.6 元是 7 元和 6 角组成的, 在所给的人民币里, 7 元的拿法有 5 元+2 元和 5 元+1 元+1 元两种, 6 角拿法有 5 角+1 角和 2 角+2 角+2 角两种, 所以 7.6 元共有 4 种拿法。

解: 有 4 种拿法:

5 元+2 元+5 角+1 角;

5 元+2 元+2 角+2 角+2 角;

5 元+1 元+1 元+2 角+2 角+2 角;

5 元+1 元+1 元+5 角+1 角。

2. 由 0、1、2 三个数字组成的小数, 最多能写几个?

想: 先排出所有的三位数, 再点上小数点, 再排除不符合条件的。

解: 将 0、1、2 三个数字排列可有六种情况: 210201 120 102 021 012, 在每种排列情况的第一个数字、第二个数字后面分别点上小数点, 可得 2.10 21.0 2.01 20.1 1.2012.0 1.02 10.2 0.21 2.1 0.12 1.2 十二个小数, 其中 2.1 和 1.2 不是由 0、1、2 三个数字组成的小数, 应排除。

答: 由 0、1、2 三个数字最多能组成 10 个小数。

3. 用 5、0、7、6 四个数字最多能写出几个不读出零的小数?

想: 要使小数中的零不读出来, 零只能在整数部分的个位, 当小数部分只有一位时, 是 0. 的形式, 当小数部分有两位时是 0. 的形式, 其中每一种形式可写 6 个, 共可写 12 个小数。

解: 用 5、6、7、0 四个数字组成的不读出零的小数有: 760.5, 670.5, 750.6, 570.6, 650.7, 560.7, 50.76, 50.67, 60.75, 60.57,

70.65, 70.56 共 12 个。

4. 用 6、7、8 三个数字和小数点组成的小数中，个位上的数比百分位上的数小的是哪几个？

想：题目要求我们用 6、7、8 三个数字和小数点组成小数，并且要含有百分位，这样的小数整数部分只能是一位数。

解：共能组成六个小数：6.78, 6.87, 7.86, 7.68, 8.67, 8.76。

从中可以找出符合题目要求的小数：6.78, 6.87, 7.68。

答：符合条件的数是：6.78, 6.87, 7.68。

5. 用 3、4、5、0 四个数字组成的小于 1 和大于 5，而小数部分都是三位的小数一共有多少个？

想：小于 1 而小数部分是三位的小数，整数部分只能是零；大于 5 而小数部分是三位的小数，整数部分只能是 5。根据这两个条件先排出小数，便得到一共的个数。

解：小于 1 的小数：0.345, 0.354, 0.453, 0.435, 0.534, 0.543。

大于 5 的小数：5.034, 5.043, 5.304, 5.340, 5.430, 5.403。

$6+6=12$ (个)

答：符合条件的小数共有 12 个。

6. 用 0、1、2、3 和小数点组成的小数中，零不读出来又小于 30，而且小数部分是两位的小数有几个？

想：由小数部分是两位可知整数部分也是两位，因为零不读出来，所以零只能在个位上。小于 30 的小数只能是 10 点几和 20 点几，小数部分由 2、3 组合或 1、3 组合可得。

解：符合条件的小数是：

10.23, 10.32, 20.13, 20.31。一共 4 个。

答：符合条件的小数有 4 个。

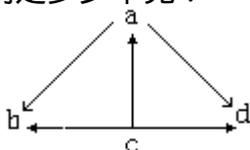
7. 四人步行，速度分别是每小时 4 千米、3.95 千米、4.25 千米、4.5 千米。已知甲比丁快，但比丙慢，丁比乙慢，甲比乙快。那么，甲、乙、丙、丁四人的速度分别是多少？

想：要想确定甲、乙、丙、丁四人的速度可以根据题目中的条件把四人的速度按从大到小或从小到大的顺序排列出来，然后与四个数据一一对应即可得到结果。

解：由甲比丁快但比丙慢可知：丙 > 甲 > 丁，又知丁比乙慢，甲比乙快可得乙介于甲、丁之间，即：丙 > 甲 > 乙 > 丁。与具体数量对应是 4.5 千米 > 4.25 千米 > 4 千米 > 3.95 千米。

答：甲的速度是 4.25 千米，乙的速度是 4 千米，丙的速度是 4.5 千米，丁的速度是 3.95 千米。

8. a、b、c、d 四人的体重分别是 36.5 千克、45.8 千克、38.5 千克、42 千克中的一个。已知 a 比 d 重，但比 c 轻。d 比 b 轻，a 比 b 重。问：a、b、c、d 四人的体重分别是多少千克？



想：把四人的体重按从大到小或从小到大的顺序排列起来，然后一一对应得到结果。

解：用 $a > d$ 表示 a 比 d 重， d 比 a 轻。根据题义可得右图。由图可知 $c > a > b > d$ 。从而得到 c 的体重是 45.8 千克， a 的体重是 42 千克， b 的体重是 38.5 千克， d 的体重是 36.5 千克。

答： a 的体重是 42 千克， b 的体重是 38.5 千克， c 的体重是 45.8 千克， d 的体重是 36.5 千克。

9. 在 $3.7939\overline{9}$ 的某一数字上再添上一个小圆点，使新产生的循环小数尽可能的大。这个圆点应点在哪个数字的上面？

想：根据循环小数的特点和循环节的作用推想。

解：要使新产生的循环小数尽可能大，必须使小数点后第六位上的数尽可能大，即循环节的第二个数字尽可能大，所以这个小圆点应点在数字 9 上，有两个 9，应选哪一个呢？同理，必须使循环节的第三个数字尽可能大，所以应点在第一个 9 上。

答： $3.7\overline{9}39$ 就是所要求的新的循环小数。

10. 现有循环小数 $1.10010\overline{20}$ ，移动前一个小圆点，使新的循环小数尽可能小，这个新的循环小数是多少？

想：根据循环小数的特点和小数比较大小的方法推想。

解：左边的数字尽可能小，则该小数就越小。而 0 是最小的数，因此，新的小数是 $1.1\overline{0}1020$ 。

答：这个循环小数是 $1.1\overline{0}1020$ 。

11. 在 0.3 和 0.75 之间，以 20 为分母的最简分数有多少个？

想：先把 0.3 和 0.75 写成以 20 为分母的分数 $\frac{6}{20}$ 和 $\frac{15}{20}$ ，然后写出分母是 20 的所有分数，从中找出符合条件的分数。

解：0.3 和 0.75 写成以 20 为分母的分数是 $\frac{6}{20}$ 和 $\frac{15}{20}$ 。20 为分母的分数

有 $\frac{7}{20}$ 、 $\frac{8}{20}$ 、 $\frac{9}{20}$ 、 $\frac{10}{20}$ 、 $\frac{11}{20}$ 、 $\frac{12}{20}$ 、 $\frac{13}{20}$ 、 $\frac{14}{20}$ 。比较知：在

0.3 和 0.75 之间以 20 为分母的最简分数有 4 个： $\frac{7}{20}$ 、 $\frac{9}{20}$ 、 $\frac{11}{20}$ 、 $\frac{13}{20}$ 。

答：符合条件的分数有 4 个。

12. 小数 2.32123212321…… 小数点右边第 80 位数字是几？

想：小数部分是 3212 四个数字循环，求出 80 除以 4 的余数，然后根据余数对应看数字是几。

解： $80 \div 4 = 20$ ，没有余数，即第 80 位数字为 3212 的最后一个数字 2。

答：第 80 位数字是 2。

13. 我们把 0.0000000071 简记为 $0.00\overbrace{\dots\dots}^{8 \text{ 个零}}071$ 。

现有两个数： $a = 0.00\overbrace{\dots\dots}^{1997 \text{ 个零}}071$ ， $b = 0.00\overbrace{\dots\dots}^{1999 \text{ 个零}}01$ ，求 $a + b$ ， $a - b$ ， $a \times b$ ， $a \div b$ 。

想：数 a 有 1999 位小数，数 b 有 2000 位小数，小数加减时，应把

小数点对齐。小数乘、除时，要注意积和商的小数位数。

$$\text{解: } a+b=0.\underbrace{00 \cdots 0711}_{1997 \text{ 个零}}$$

$$a-b=0.\underbrace{00 \cdots 0709}_{1997 \text{ 个零}}$$

$$a \times b=0.\underbrace{00 \cdots 071}_{(1999+2000-2) \text{ 个零}}=0.\underbrace{00 \cdots 071}_{3997 \text{ 个零}}$$

将 a 和 b 分别扩大 $\underbrace{100 \cdots 0}_{2000 \text{ 个零}}$ 倍, 分别得到 710 和 1,

所以 $a \div b=710$ 。

二数的计算

(一) 简算

1. $356-23-73-27-7=?$

想：一个数减去几个数，如果减数中有几个能凑成整十、整百……的数，可把它们先相加成整十、整百数后再减。

解： $356-23-73-27-7$
 $=356-(23+7)-(73+27)$
 $=356-30-100$
 $=226$

2. $(125+219+276)-(75+119+176)=?$

想：运用加减混合运算去括号或添括号性质。若干个数的和减去若干个数的和，可以从第一个括号里的各个加数，分别减去第二个括号里的不比它大的各个加数，然后把所得的各个差相加。

解： $(125+219+276)-(75+119+176)$
 $=125+219+276-75-119-176$
 $=(125-75)+(219-119)+(276-176)$
 $=50+100+100$
 $=250$

3. $12.5 \times 0.76 \times 0.4 \times 8 \times 2.5=?$

想：几个数相乘，如果其中两个因数的积是整十、整百……的数，运用乘法交换律和结合律先求出它们的积，再与其它数相乘。

解： $12.5 \times 0.76 \times 0.4 \times 8 \times 2.5$
 $=(12.5 \times 8) \times (2.5 \times 0.4) \times 0.76$
 $=76$

4. $3.14 \times 6.5+2.5 \times 3.14+3.14=?$

想：把最后一步加 3.14 看成“ 3.14×1 ”，再用乘法分配律进行简算。

解： $3.14 \times 6.5+2.5 \times 3.14+3.14$
 $=3.14 \times (6.5+2.5+1)$
 $=31.4$

5. $72 \times 11=?$

46 $\times 11=?$

68 $\times 11=?$

想：两位数乘以 11，它们的积等于在这个数的十位和个位数字中间添上这两个数字的和（如果这个和大于 10，那么就在十位数字上相加，满十要进位）。

解： $72 \times 11=792$ ($7+2=9$)
 $46 \times 11=506$ ($4+6=10$)
 $68 \times 11=748$ ($6+8=14$)
 $6.61 \times 81=?$

想：末位是 1 的两个数相乘。可以先把两个首位数相乘，然后在所得的结果后边添上两个首位数的和（和满十时要进位），最后再在后边

添上 1。

$$\text{解：} 61 \times 81 = 48 \times 100 + 14 \times 10 + 1 = 4941$$

$$7.74 \times 76 = ?$$

$$243 \times 247 = ?$$

想：两个首位数相同，末位数为十的两位数相乘，可以先把首位数乘以比它大 1 的数，然后再在所得的结果后边添上两个末位数的积。此法也可以推广到两个三位数。

$$\text{解：} 74 \times 76 = (7 \times 8) \times 100 + 4 \times 6 = 5624$$

$$243 \times 247 = (24 \times 25) \times 100 + 3 \times 7 = 60021$$

$$8.16 \times 18 = ?$$

想：两个首位是 1 的两位数相乘，可以把一个数加上另一个数的末位数，将所得的结果乘以 10，再加上两个末位数的积。

$$\text{解：} 16 \times 18 = (16 + 8) \times 10 + 6 \times 8 = 240 + 48 = 288$$

$$9.65^2 = ?$$

想：个位数后是 5 的两位数的平方，等于十位数乘以比十位数大 1 的数，结果放在百位（满 10 向前位进 1），再加 25。

$$\text{解：} 65^2 = (6 \times 7) \times 100 + 25 = 4200 + 25 = 4225$$

$$10.5 \times 19.96 + 16 \times 1.996 + 0.34 \times 199.6 = ?$$

想：先根据积不变的规律变化其中两个因式，再定用乘法分配律进行简算。因此，可得下面的解法。

$$\text{解：} 5 \times 19.96 + 16 \times 1.996 + 0.34 \times 199.6$$

$$= 5 \times 19.96 + 1.6 \times 19.96 + 3.4 \times 19.96$$

$$= 19.96 \times (5 + 1.6 + 3.4)$$

$$= 199.6$$

$$11. 1.25 \times 5.6 + 2.25 \times 3.6 = ?$$

想：先把 5.6 分解成 0.7×8 ，把 2.25 分解成为 0.25×9 ，3.6 分解成 0.9×4 ，然后再用交换律和结合律简算。

$$\text{解：} 1.25 \times 5.6 + 2.25 \times 3.6$$

$$= 1.25 \times 8 \times 0.7 + 0.25 \times 9 \times 0.9 \times 4$$

$$= 1.25 \times 8 \times 0.7 + 0.25 \times 4 \times 9 \times 0.9$$

$$= 10 \times 0.7 + 8.1$$

$$= 15.1$$

$$12. 1\frac{1}{4} \times 17.6 + 3.6 \div \frac{4}{5} + 2.64 \times 12.5 = ?$$

想：此题把分数化成小数，把除法变成乘法，再把相同的因数提出来，用乘法分配律方法简算。

$$\text{解：} 1\frac{1}{4} \times 17.6 + 3.6 \div \frac{4}{5} + 2.64 \times 12.5$$

$$= 17.6 \times 1.25 + 36 \times 1.25 + 26.4 \times 1.25$$

$$= 1.25 \times (17.6 + 36 + 26.4)$$

$$= 1.25 \times 80$$

$$= 100$$

$$13. 969696 \times 999999 \div 323232 \div 333333 = ?$$

想：根据乘除法混合运算的性质，在乘除混合运算中，改变运算顺

序计算简便，因此，可得下面解法：运用分数除法法则除以一个数等于乘以这个数的倒数。

$$\begin{aligned} \text{解：} & 969696 \times 999999 \div 323232 \div 333333 \\ & = 969696 \times \frac{1}{323232} \times 999999 \times \frac{1}{333333} \\ & = 3 \times 3 \\ & = 9 \end{aligned}$$

$$14. 1999+999 \times 999= ?$$

想：把 1999 分解成 1000+999 运用乘法分配律把 999 作为公因数提出来，再用一次乘法分配律简算。

$$\text{解：} 1999+999 \times 999=1000+999+999 \times 999=1000+(1+999) \times 999=1000+1000 \times 999=1000 \times (1+999)=1000000$$

$$15. 1996 \div 1996 \frac{1996}{1997} = ?$$

想：把 $1996 \frac{1996}{1997}$ 这个带分数化成假分数，就可以用乘法分配律简算了。

$$\text{解：} 1996 \div 1996 \frac{1996}{1997}$$

$$16. 999 \times 99 \times 9= ?$$

想：先把 99 分解成 100-1，然后用乘法分配律简算。再把 9 分解成 10-1，再用乘法分配律简算。

$$\begin{aligned} \text{解：} & 999 \times 99 \times 9 \\ & = (1000-1) \times 99 \times 9 \\ & = (99000-99) \times 9 \\ & = 98901 \times (10-1) \\ & = 989010-98901 \\ & = 890109 \end{aligned}$$

$$17. 1996-199-199-\cdots-199=?$$

9个

想：根据减法的性质，一个数分别减去若干个数，等于这个数依次减去若干个数的和，再用乘法分配律简算，因此可得下面的解法：

$$\begin{aligned} \text{解：} & 1996-199-199-\cdots-199=? \\ & \quad \quad \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{9\uparrow} \\ & = 1996 - (199 + \cdots + 199) \\ & = 1996 - 199 \times 9 \\ & = 1996 - 199 \times (10-1) \\ & = 1996 - 1990 + 199 \\ & = 205 \end{aligned}$$

$$18. 333 \frac{111}{112} \div 37 \times \frac{56}{81} = ?$$

想：此题 333 和 111 都含有约数 37，把 $333 \frac{111}{112}$ 分解成 “ $333 + \frac{111}{112}$ ”，

把“ $\div 37$ ”变成“ $\times \frac{1}{37}$ ”，这样计算简便。

$$\begin{aligned}\text{解：} & 333\frac{111}{112} \div 37 \times \frac{56}{81} \\ & = \left(333 + \frac{111}{112} \right) \times \frac{1}{37} \times \frac{56}{81} \\ & = \left(333 \times \frac{1}{37} + \frac{111}{112} \times \frac{1}{37} \right) \times \frac{56}{81} \\ & = \left(9 + \frac{3}{112} \right) \times \frac{56}{81} \\ & = \frac{56}{9} + \frac{1}{54} \\ & = 6\frac{13}{54}\end{aligned}$$

19. $789 \times 456456 - 456 \times 789789 = ?$

想：把 456456 分解成 456×1001 ，把 789789 分解成 789×1001 ，这样此题就简单了。

$$\begin{aligned}\text{解：} & 789 \times 456456 - 456 \times 789789 \\ & = 789 \times 456 \times 1001 - 456 \times 789 \times 1001 \\ & = 0\end{aligned}$$

20. $\frac{796 + 796 \times 795}{796 \times 976 - 180} = ?$

想：把 976 分解成 $796 + 180$ ，把 795 分解成 $796 - 1$ ，乘得的积再约分。

$$\begin{aligned}\text{解：} & \frac{796 + 976 \times 795}{796 \times 976 - 180} \\ & = \frac{796 + (796 + 180) \times (796 - 1)}{796 \times (796 + 180) - 180} \\ & = \frac{796 + 796 \times 796 + 796 \times 180 - 796 - 180}{796 \times 796 + 796 \times 180 - 180} \\ & = \frac{796 \times 796 - 796 \times 180 - 180}{796 \times 796 - 796 \times 180 - 180} \\ & = 1\end{aligned}$$

(二) 巧算

1. $997\frac{997}{998} - \frac{997}{998} \times 999 = ?$

想：利用乘法分配律先计算出减数的结果使之与被减数相同，此题可口算得出结果。

$$\begin{aligned}
 \text{解：} & 997 \frac{997}{998} - \frac{997}{998} \times 999 \\
 & = 997 \frac{997}{998} - \frac{997}{998} \times 999 \\
 & = 997 \frac{997}{998} - \frac{997}{998} \times (998+1) \\
 & = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. & \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \Lambda \Lambda \\
 & \times \left(1 + \frac{1}{99}\right) \times \left(1 - \frac{1}{99}\right) = ?
 \end{aligned}$$

想：利用乘法交换律，分别算出式中是和的因数的积及是差的因数的积，然后再把这两个积相乘，即可得出结果。

$$\begin{aligned}
 \text{解：} & \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \Lambda \Lambda \\
 & \times \left(1 + \frac{1}{99}\right) \times \left(1 - \frac{1}{99}\right) \\
 & = \left[\left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \Lambda \Lambda \times \left(1 + \frac{1}{99}\right) \right] \times \\
 & \left[\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \Lambda \Lambda \times \left(1 - \frac{1}{99}\right) \right] \\
 & = \frac{100}{2} \times \frac{1}{99} \\
 & = 50 \times \frac{1}{99} \\
 & = \frac{50}{99}
 \end{aligned}$$

$$3.3\frac{3}{5} \times 2345 + 5555 \div \frac{25}{256} + 654.3 \times 36 = ?$$

想：把 654.3×36 转化为 6543×3.6 后， $3\frac{3}{5} \times 2345 + 6543 \times 3.6$ 可

运用乘法分配律进行计算。 $5555 \div \frac{25}{256}$ 可转化为 $5555 \times \frac{256}{25}$ ，约简成 $11 \times 8 \times 32/5$ ，进而化简为 8888×6.4 ，使计算简便。

$$\begin{aligned}
 \text{解：} & 3\frac{3}{5} \times 2345 + 5555 \div \frac{25}{256} + 654.3 \times 36 \\
 & = 3\frac{3}{5} \times 2345 + 6543 \times 3.6 + 5555 \times \frac{256}{25} \\
 & = 3.6 \times 8888 + 8888 \times 6.4 \\
 & = 8888 \times (3.6 + 6.4) \\
 & = 8888 \times 10 \\
 & = 88880
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. & (1 + \frac{7}{33}) + (1 + \frac{7}{33} \times 2) + (1 + \frac{7}{33} \times 3) + \Lambda \Lambda + \\
 & (1 + \frac{7}{33} \times 10) + (1 + \frac{7}{33} \times 11) = ?
 \end{aligned}$$

想：先把算式中的小括号全部去掉，然后运用加法交换律、结合律及乘法分配律即可进行简算。

$$\begin{aligned}
 \text{解：} & (1 + \frac{7}{33}) + (1 + \frac{7}{33} \times 2) + (1 + \frac{7}{33} \times 3) + \Lambda \Lambda + \\
 & (1 + \frac{7}{33} \times 10) + (1 + \frac{7}{33} \times 11) \\
 & = 1 + \frac{7}{33} + 1 + \frac{7}{33} \times 2 + 1 + \frac{7}{33} \times 3 + \Lambda \Lambda + 1 + \frac{7}{33} \times 10 + 1 + \frac{7}{33} \times 11 \\
 & = (1 + 1 + 1 \Lambda \Lambda + 1) + (\frac{7}{33} + \frac{7}{33} \times 2 + \frac{7}{33} \times 3 + \Lambda \Lambda + \\
 & \frac{7}{33} \times 10 + \frac{7}{33} \times 11) \\
 & = 11 + \frac{7}{33} \times 66 \\
 & = 25
 \end{aligned}$$

$$5. (2000-1) + (1999-2) + (1998-3) + \dots + (1002-999) + (1001-1000) = ?$$

想：先把小括号里的结果算出来，可知它们的差是 1999、1997、1995、……、3、1。由 1~2000 有 2000 个自然数，其中有 1000 个奇数看出， $1+1999=3+1997=5+1995=\dots=2000$ ，这样搭配的数共有 $(1000 \div 2)$ 对，因此，可得下面的解法。

$$\begin{aligned}
 \text{解：} & (2000-1) + (1999-2) + (1998-3) + \dots \\
 & + (1002-999) + (1001-1000) \\
 & = 1999 + 1997 + 1995 + \dots + 3 + 1 \\
 & = (1+1999) \times (1000 \div 2) \\
 & = 2000 \times 500 \\
 & = 1000000
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6. & (1 - \frac{1}{2 \times 2}) \times (1 - \frac{1}{3 \times 3}) \times \Lambda \Lambda \times (1 - \frac{1}{10 \times 10}) \\
 & = ?
 \end{aligned}$$

想：观察每个括号差式中减数的结构规律可知所求的积式中共有 9

个因数，其数值依次为 $3/4$ 、 $8/9$ 、……、 $99/100$ ，可按分数乘法的法则进行计算。

$$\begin{aligned} \text{解：} & \left(1 - \frac{1}{2 \times 2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3 \times 3}\right) \times \Lambda \Lambda \times \left(1 - \frac{1}{10 \times 10}\right) \\ & = \frac{3}{4} \times \frac{8}{9} \times \frac{15}{16} \times \frac{24}{25} \times \frac{35}{36} \times \frac{48}{49} \times \frac{63}{64} \times \frac{80}{81} \times \frac{99}{100} \\ & = \frac{3^1 \times 8^{21} \times 15^{51} \times 24^{31} \times 35^{71} \times 48^{41} \times 63^{91} \times 80^{51} \times 99^{11}}{4_1 \times 9_{31} \times 16_{81} \times 25_{51} \times 36_{21} \times 49_{71} \times 64_{61} \times 81_{91} \times 100_{20}} \\ & = \frac{11}{20} \end{aligned}$$

$$7. \frac{267 + 1230133894}{8940133124 - 627} = ?$$

想：如果把分母中的 894×124 与分子中的 123×894 变成相同的乘积形式，则便于约分。因此，可把 894×124 变成 $894 \times 123 + 894$ ，这样分子分母可以直接约分，使计算简便。

$$\begin{aligned} \text{解：} & \frac{267 + 1230133894}{894 \times 124 - 627} \\ & = \frac{267 + 123 \times 894}{894 \times 123 + 894 - 627} \\ & = \frac{267 + 123 \times 894}{894 \times 123 + 267} \\ & = 1 \end{aligned}$$

$$8. 49 \div 777777^2 = ?$$

想：先将除法算式转为分数形式，再根据数的分解和组成的知识，把分子和分母均改写成因数相乘的形式。约分化简后，再由 $1^2 = 1$, $11^2 = 121$, $111^2 = 12321$, $1111^2 = 1234321$ 类推, $111111^2 = 12345654321$. 就容易求得最后得数。

$$\begin{aligned} \text{解：} & 49 \div 777777^2 \\ & = \frac{49}{777777^2} \\ & = \frac{7 \times 7}{777777 \times 777777} \\ & = \frac{1 \times 1}{111111 \times 111111} \\ & = \frac{1}{12345654321} \end{aligned}$$

9. 根据 $1+2+1=2^2=4$ ， $1+2+3+2+1=3^2=9$ ， $1+2+3+4+3+2+1=4^2=16$ ， $1+2+3+4+5+4+3+2+1=5^2=25$ 四式的计算规律，求： $1+2+3+\dots+1998+1999+1998+\dots+3+2+1$ 的和。

想：由前四式的计算结果可以发现，所求的和正好等于中间一个加

数(最大的一个加数)的平方。故得下面的解法。

$$\begin{aligned} \text{解: } & 1+2+3+\dots+1998+1999+1998+\dots+3+2+1 \\ & = 1999^2 \\ & = 3999001 \end{aligned}$$

$$10. \frac{1+2+3+4+5+6+7+8+7+6+5+4+3+2+1}{88888888 \times 88888888} = ?$$

想: 首先将题中的分子应用加法交换律和结合律转化为加数都是 8 的加法, 进而改写成乘积的形式, 然后约分使计算简便。

$$\begin{aligned} \text{解: } & \frac{1+2+3+4+5+6+7+8+7+6+5+4+3+2+1}{88888888 \times 88888888} \\ & = \frac{(1+7) + (1+7) + (6+2) + (3+5) + (5+3) + (4+4) + 8}{88888888 \times 88888888} \\ & = \frac{8^1 \times 8^1}{88888888 \times 88888888} \\ & = \frac{1}{123456787654321} \end{aligned}$$

$$11. \frac{1 \times 2 \times 4 + 2 \times 4 \times 8 + \Lambda \Lambda 1998 \times 3996 \times 7992}{1 \times 3 \times 9 + 2 \times 6 \times 18 + \Lambda \Lambda + 1998 \times 5994 \times 17982} = ?$$

想: 原式分子可分解成 $1 \times 2 \times 4 + (1 \times 2) \times (2 \times 2) \times (4 \times 2) + \dots + (1 \times 1998) \times (2 \times 1998) \times (4 \times 1998)$, 进而转化为 $1 \times 2 \times 4 \times (1+2 \times 2 \times 2 + \dots + 1998 \times 1998 \times 1998)$ 。同样道理分母分解后转化为: $1 \times 3 \times 9 \times (1+2 \times 2 \times 2 + \dots + 1998 \times 1998 \times 1998)$ 而后进行约分, 计算非常简单。

$$\begin{aligned} \text{解: } & \frac{1 \times 2 \times 4 + 2 \times 4 \times 8 + \Lambda \Lambda 1998 \times 3996 \times 7992}{1 \times 3 \times 9 + 2 \times 6 \times 18 + \Lambda \Lambda + 1998 \times 5994 \times 17982} \\ & = \frac{1 \times 2 \times 4 \times (1+2 \times 2 \times 2 \Lambda \Lambda + 1998 \times 1998 \times 1998)}{1 \times 3 \times 9 \times (1+2 \times 2 \times 3 \Lambda \Lambda + 1998 \times 1998 \times 1998)} \\ & = \frac{8}{27} \end{aligned}$$

$$12. \left(11 - \frac{11}{36}\right) + \left(9 - \frac{11}{36} \times 5\right) + \left(1 - \frac{11}{36} \times 3\right) + \left(5 - \frac{11}{36} \times 9\right) + \left(3 - \frac{11}{36} \times 7\right) + \left(7 - \frac{11}{36} \times 11\right) = ?$$

想: 整体观察式题特点, 开括号, 重新恰当分组, 便使计算简便。

$$\begin{aligned}
\text{解：} & \left(11 - \frac{11}{36}\right) + \left(9 - \frac{11}{36} \times 5\right) + \left(1 - \frac{11}{36} \times 3\right) + \\
& \left(5 - \frac{11}{36} \times 9\right) + \left(3 - \frac{11}{36} \times 7\right) + \left(7 - \frac{11}{36} \times 11\right) \\
& = (11+9+1+5+3+7) - \frac{11}{36} \times (1+5+3+9+7+11) \\
& = \left(1 - \frac{11}{36}\right) \times (1+3+5+7+9+11) \\
& = \frac{25}{36} \times 36 \\
& = 25
\end{aligned}$$

13. $1994+1993-1992-1991+1990+1989-1988-1987+ \dots \dots +10+9-8-7+6+5-4-3+2+1=?$

想：观察此题可以看出，题中每4个数的运算结果都是4，共有 $1994 \div 4=498$ （组）……2，所余的2个数的和是 $2+1=3$ 。此题可用下面的方法简算。

$$\begin{aligned}
\text{解：} & 1994+1993-1992-1991+1990+1989-1988-1987+ \dots \dots +10+9-8- \\
& 7+6+5-4-3+2+1 \\
& =4 \times (1994 \div 2) + (2+1) \\
& =4 \times 498+3 \\
& =1992+3 \\
& =1995
\end{aligned}$$

$$14. \frac{1}{41} + \frac{2}{41} + \frac{3}{41} + \dots \dots + \frac{40}{41} = ?$$

想：此题是以41作分母的所有真分数求和的式题，真分数的个数是分母减一。从首尾向中间数，总是两两相对的数和为1。因此可用“个数折半”的方法巧算分数加法。

$$\begin{aligned}
\text{解：} & \frac{1}{41} + \frac{2}{41} + \frac{3}{41} + \dots \dots + \frac{40}{41} \\
& = \frac{41-1}{2} \\
& = \frac{40}{2} \\
& = 20
\end{aligned}$$

$$15. \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} = ?$$

想：题中分数的分子均为1，分母是两个连续自然数之积，即： 1×2 、 2×3 、 3×4 、…… 6×7 。像这类形式的分数可以分解成两个分数之差，如 $\frac{1}{12} = \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ 。这样，把每个分数作恒等变形之后，可使计算简便。

$$\begin{aligned}
\text{解: } & \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} \\
&= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} \\
&= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \\
&\quad \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) \\
&= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} \\
&= 1 - \frac{1}{7} \\
&= \frac{6}{7}
\end{aligned}$$

$$16. \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{11 \times 13} = ?$$

想：这是一道求分子为1，分母是两个连续奇数的积的分数的和的题目。关键是把一个分数分解成两个分数相减的形式，从而消去许多分数使计算简便。

$$\begin{aligned}
\text{解: } & \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{11 \times 13} \\
&= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{10}\right) + \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{14}\right) + \dots + \left(\frac{1}{22} - \frac{1}{26}\right) \\
&= \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{10} + \frac{1}{10} - \frac{1}{14} + \dots + \frac{1}{22} - \frac{1}{26} \\
&= \frac{1}{2} - \frac{1}{26} \\
&= \frac{6}{13}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
17. & \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13}\right) \times \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14}\right) - \\
& \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14}\right) \times \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13}\right) = ?
\end{aligned}$$

想：题中 $\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13}$ 与 $\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14}$ 分别出现两次，如果用字母 a、b 分别表示这两个算式就很容易计算出结果。

解：设 $\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} = a$ ， $\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} = b$ ，代入原式得：

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} \right) \times \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} \right) - \\ & \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} \right) \times \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} \right) \\ &= \left(\frac{1}{10} + a \right) \times b - \left(\frac{1}{10} + b \right) \times a \\ &= \frac{1}{10}b + ab - \frac{1}{10}a - ab \\ &= \frac{1}{10} \times (b - a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{即：} & \frac{1}{10} \times \left(\frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} - \frac{1}{11} - \frac{1}{12} - \frac{1}{13} \right) \\ &= \frac{1}{10} \times \frac{1}{14} = \frac{1}{140} \end{aligned}$$

$$18. \frac{19\frac{5}{93} + 3\frac{9}{10} - 5.22}{19\frac{5}{9} - 6\frac{27}{50} + 5.22} \div \left(\frac{1993 \times 0.4}{1995 \times 0.5} + \frac{1.6}{1995} \right) = ?$$

想：这是一道复杂的计算题，先看被除式这个繁分数，如果分子中的 $3\frac{9}{10} - 5.22$ 与分母中的 $5.22 - 6\frac{27}{50}$ 相等，则被除数为1。这里，则被除

数为1。这里， $3\frac{9}{10} + 6\frac{27}{50} = 3\frac{45}{50} + 6\frac{27}{50} = 10\frac{22}{50}$ ，变形得： $3\frac{9}{10} - 5.22 =$

$5.22 - 6\frac{27}{50}$ 。再看除式中数据的特征，可应用分数的基本性质使第一

个加数的分母变为1995，再把1.6写成 2×0.8 ，使计算简便。

$$\begin{aligned} \text{解：} & \frac{19\frac{5}{9} + 3\frac{9}{10} - 5.22}{19\frac{5}{9} - 6\frac{27}{50} + 5.22} \div \left(\frac{1993 \times 0.4}{1995 \times 0.5} + \frac{1.6}{1995} \right) \\ &= \frac{19\frac{5}{9} + 3\frac{9}{10} - 5.22}{19\frac{5}{9} + 5.22 - 6\frac{27}{50}} \div \left(\frac{1993 \times 0.4 \times 2}{1995 \times 0.5 \times 2} + \frac{2 \times 0.8}{1995} \right) \\ &= 1 \div \frac{0.8 \times (1993 + 2)}{1995} \\ &= 1 \div 0.8 \\ &= 1.25 \end{aligned}$$

19. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \dots \times 99 \times 100$ 的积的末尾有多少个0？

想：因为 $2 \times 5 = 10$ ，这样含有一个2和一个5，乘积末尾就会有一个0。因此，只要观察这100个因数中一共含有多少个2和5。又知，在这100个因数中，含2的数一定多于5的个数，所以只需知道乘积中含有

5 的个数，就可知积的末尾连续 0 的个数。

解：这 100 个因数中是 5 的倍数的有 5、10、15……95、100 共有 20 个，其中 25、50、75、100 又是 25 的倍数，各有两个 5。所以乘积中共有 5 的个数是 $20+4=24$ （个）。因此，乘积的末尾共有 24 个连续的 0。

（三）巧妙填数

1. 把 2、3、4、5、6、7 各数字分别填在下面的 里，使组成的减法算式得的差最大。

想：要使组成的两个三位数的差最大，被减数应取较大的三个数，百位数为最大数，十位、个位其次。减数应取较小的三个数，百位数为最小，十位、个位其次。

解：被减数为 765，减数为 234，差最大是 531。

$$\begin{array}{r} \underline{\quad\quad\quad} \\ 7\ 6\ 5 \\ -\ 2\ 3\ 4 \\ \hline 5\ 3\ 1 \end{array}$$

2. 把 1~9 这九个数字填入下面算式的九个方框中（每个数字只用一次），使三个三位数相乘的积最小。 $\quad \times \quad \times \quad = (\quad)$

想：要使乘积最小，就要使三个三位数的百位数字最小，十位数字较小，依次为个位数字。

解：三个三位数的百位数字应为：1、2、3，十位数字应为：4、5、6，个位数为：7、8、9，至于这三个三位数百位数字、十位数字、个位数字如何搭配，经验证为： $147 \times 258 \times 369$ 的积最小为 13994694。

3. 在 里填上适当的数。

$$(13 - \quad \times 4) \times 15 - 10 = 5$$

想：依据运算顺序，用逆推法逐步推想。

$$\text{解：} (13 - \quad \times 4) \times 15 - 10 = 5$$

$$(13 - \quad \times 4) \times 15 = 15$$

$$13 - \quad \times 4 = 1$$

$$\quad \times 4 = 13 - 1$$

$$\quad \times 4 = 12$$

$$= 3$$

4. 算式中的字母 A 表示数字几？

$$\begin{array}{r} A\ 2 \\ \times\ 7\ A \\ \hline 6\ 3\ 9\ 6 \end{array}$$

想：从算式看，这是一道两位数乘两位数的乘法，由 2 与 A 相乘积个位数是 6，确定 A 可能是几。然后再验证。因此，可得下面解法。

解：由上述分析可知，2 与 A 相乘的积的个位数是 6，可得 A 表示 3

即可。因此，可得下列解法。

解：因为 $7821=2 \times 17 \times 23$ 所以，一组数为： $2 \times 17=34$ 和 23 另一组数为： $2 \times 23=46$ 和 17 。

9.12 4×16 的结果是 9 的倍数，应该是几？

想：由于两个因数的积是 9 的倍数，而 16 又不能被 9 整除，所以被乘数 $12 \ 4$ 必能被 9 整除，根据能被 9 整除的数的特征，可推出答案。

解：由以上分析可知， $12 \ 4$ 要能被 9 整除各位数字的和能被 9 整除，则 $\quad =2$ 。

10. 在 \quad 中填上适当的数，使下面这个数是五位数中 75 的倍数中的最大的一个。 $3 \ 6 \ 5$

想：本题根据一个数能被 75 整除，必须能被 3 和 25 整除推想。

解：这个五位数能被 75 整除，必能被 25 和 3 整除。又因为这个数末位数是 5 ，所以它的末两位数只能为 25 或 75 ，当末两位数是 25 时，因为这个数要能被 3 整除，所以它的各位数字之和能被 3 整除，经验证，它的千位数上只能是 2 、 5 、 8 ，而这些五位数最大的一个是 38625 。同理末位数为 75 时，最大的五位数为 39675 。因而满足条件的最大的一个是 39675 。

11. 下面三个式子的和、差、商相加的和是 11 ， x 表示什么数？

$$\begin{array}{r} x + x = \square \\ x - x = \square \\ +) x \div x = \square \\ \hline 11 \end{array}$$

想：由加法、减法、除法的运算性质可知 $x+x=2x$ ， $x-x=0$ ， $x \div x=1$ ，再根据和、差、商相加的和是 11 ，即可得出 x 的值。

解：因为 $x+x=2x$

$$x-x=0$$

$$x \div x=1$$

$$\text{又因为 } 2x+0+1=11$$

$$2x=10$$

$$x=5$$

所以 x 表示 5 。

12. 下面的两个算式中，当 \quad 和 \quad 各表示多少时，等式才成立？

$$\div = 15 \dots 4 \quad (1)$$

$$+ = 196 \quad (2)$$

想：根据有余数的除法各部分间的关系，用代换法解，因此，可得下列解法。

解：因为：被除数 = 商 \times 除数 + 余数即：

$$\text{由 (1) 得 } = 15 \times \quad + 4 \quad (3)$$

把 (3) 代入 (2) 得：

$$15 \times \quad + 4 + \quad = 196$$

$$16 \times \quad = 196 - 4$$

$$16 \times \quad = 192$$

$$\quad = 12$$

把 $\quad = 12$ 代入 (2) 得：

$$+12=196$$

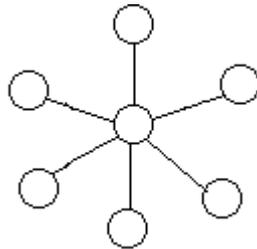
$$=184$$

13. 在 里填上适当的数 $300 \div \quad = a \dots\dots d$ $262 \div \quad = c \dots\dots d$ $205 \div \quad = b \dots\dots d$ (a、b、c 分别为商，d 为余数)

想：因为一个自然数分别除两个整数时，如果余数相同，那么这个自然数一定能整除这两个整数之差，因此，所求数应为两个差的公约数。

解：由分析可知： $300-262=38$ ， $262-205=57$ 。而 38 与 57 的公约数有 1 和 19，并且只有 19 分别除 300、262、205 时有相同的余数。所以，所求数是 19。

14. 将 1~7 这七个数字分别填在 内，使每条线上三个数的和等于 14。

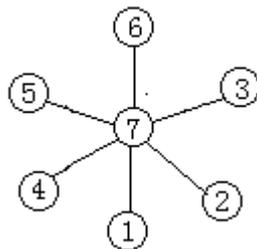


想：根据题意，可把中间填上 7，然后每两数一组凑 7，便可填出此题。

解：中间填 7。剩下的 6 个数分组凑 7。

$$1+6=7 \quad 2+5=7 \quad 3+4=7$$

然后分组填在同一直线上的圆圈内。



15. 在除法竖式的方框中填上适当的数。

$$\begin{array}{r}
 3 \square \square \\
 1 \square \overline{) 4 \square 9 \square} \\
 \underline{\square \square} \\
 \square \square \\
 \underline{\square \square} \\
 4
 \end{array}$$

想：应从商 3 入手来判断除数是几，判断除数是几时运用排除法，逐步排除不符合条件的除数，即可确定除数。

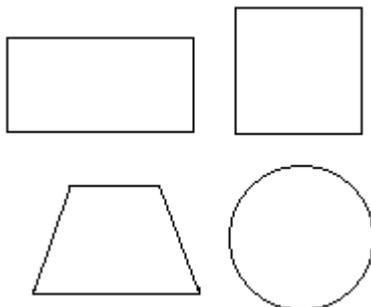
解：因为“ $4 \div 1$ ”正好商 3 而没有余数。而 10、11、12、13、17、18、19 乘以 3 都不可能等于“4”。所以除数只能是 14、15、16 三种可能。如果除数是 14，因为“ $9 \div 1$ ”余数为 4， $14 \times 6 + 4 = 88$ ， $14 \times 7 + 4 = 102$ ，都不是“9”，所以除数不是 14，又根据 $16 \times 5 + 4 = 84$ ， $16 \times 6 + 4 = 100$ 可知除数也不能是 16。所以，推知：除数是 15，即：

$$\begin{array}{r} \overline{306} \\ 15 \overline{)4594} \\ \underline{45} \\ \overline{94} \\ \underline{90} \\ \overline{4} \end{array}$$

三几何初步知识

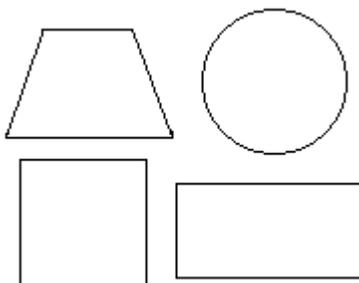
(一) 图形的认识

1. 下面几个图形中，有一个与其他的图形不同。请用波线标出来。

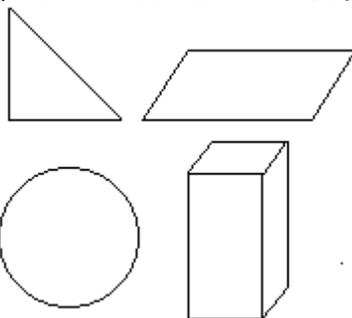


想：前三个图形都是由线段围成的，只有第四个图形是由曲线围成的，应把它标出来。

解：

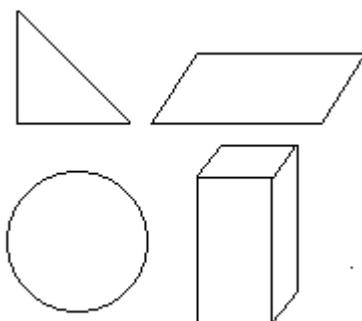


2. 下面几个图形中，有一个与其他图形不同。请用波线标出来。



想：前三个图形都是平面图形，第四个图形是立体图形，应把它标出来。

解：

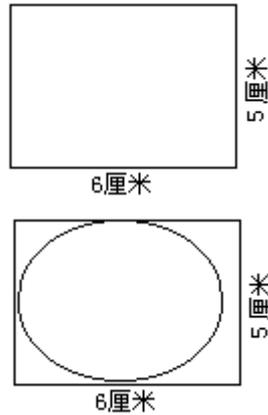


3. 在一张长 6 厘米，宽 5 厘米的长方形纸上，画一个最大的圆，它

的直径应该是多少？

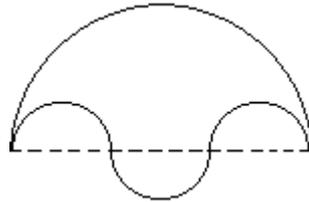
想：在这张纸上画最大的圆，圆周应完全贴近长方形纸相邻的三个边。由此看出，它的直径就是长方形纸的宽。

解：画图如下：



答：圆的直径是 5 厘米。

4. 有两只蚂蚁以同样的速度同时从 A 点出发向 B 点爬行（如图），一只沿大圆弧爬，另一只沿三个小圆弧爬。哪一只先爬到 B 点？



想：由题意可知，此题就是比较大圆弧和三个小圆弧的长短，因此想办法表示出它们的长度，然后比较就可以了。

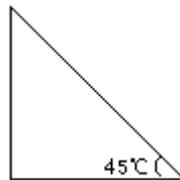
解：设小半圆弧直径为 d ，三个小半圆弧的总长是： $d/2 \times 3 = 3d/2$ ；
大半圆弧的直径为 $3d$ ，它的长度是：

$$3d/2 = 3d/2$$

因为 $3d/2 = 3d/2$ ，说明两条路同样长。

答：两只蚂蚁同时到达 B 点。

5. 一个三角形最小的一个角是 45° ，这个三角形是什么样的三角形？



想：先假定有一个角与这个角同样大，看出现什么情况，然后推倒这个假定就会得出结论。

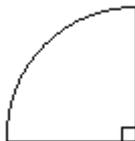
解：假定在这个三角形中还有一个角是 45° ，这个三角形恰好是直角三角形。但条件是另一个角大于 45° ，那么第三个角肯定不够 90° 。因此，这个三角形是锐角三角形。

6. 一个扇形的半径是 r 厘米，圆心角是 90° ，它的周长是多少？（用字母表示）

想：它的周长应包括 $1/4$ 圆弧和两条半径。

解： $2r/4 + 2r = r/2 + 2r = (1/2 + 2) \cdot r$

答：它的周长是 $(1/2 + 2) \cdot r$ 厘米。



7. 一个长方体截成了两个完全相同的正方体，每个正方体的棱长之和是 24 厘米，长方体的棱长之和是多少厘米？

想：这个长方体的长和宽是相等的，都等于截成的正方体的棱长。长方体的高相当于 2 个截成的正方体的棱长，由此可推算出长方体棱长之和。

解：截成正方体棱长：

$24 \div 12 = 2$ (厘米)

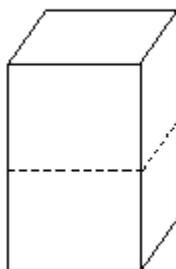
长方体的长：

$2 \times 2 = 4$ (厘米)

长方体棱长之和：

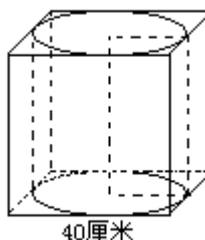
$2 \times 8 + 4 \times 4 = 16 + 16 = 32$ (厘米)

答：长方体棱长之和是 32 厘米。



8. 有一个正方体木料棱长是 40 厘米，要镟出一个最大的圆柱形模具，模具的体积是多少？

想：圆柱模具的底面直径是 40 厘米，高也是 40 厘米，由此便可求出它的体积。



解：圆柱模具的底面积：

$3.14 \times (40/2)^2 = 3.14 \times 400 = 1256$ (平方厘米)

圆柱模具的体积：

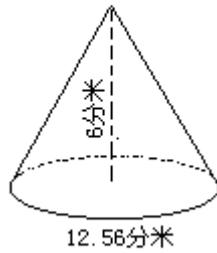
$1256 \times 40 = 50240$ (立方厘米)

答：圆柱形模具的体积是 50240 立方厘米。

9. 一个圆锥形模具，底面周长是 12.56 分米，高是 6 分米。沿高竖直锯成形状、大小完全相同的两部分。表面积增加多少？

想：锯开后，增加两个三角形的面，只要求出这两个面的面积和，

问题即可解决。



解：锯开三角形面的底：

$$12.56 \div 3.14 = 4 \text{ (分米)}$$

锯开三角形面的面积：

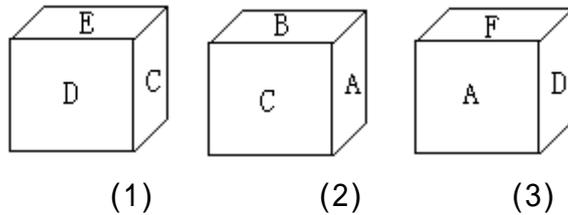
$$4 \times 6 \div 2 = 12 \text{ (平方分米)}$$

增加的面积：

$$12 \times 2 = 24 \text{ (平方分米)}$$

答：表面积增加 24 平方分米。

10. 一个正方体木块，六个面上分别写着 A、B、C、D、E、F，从三个不同的角度观察结果如下图。这个正方体木块每两个相对的面上的字母



怎样相对？

想：通过观察图中标出的字母，可以用排除法根据相邻的关系推出相对的字母。

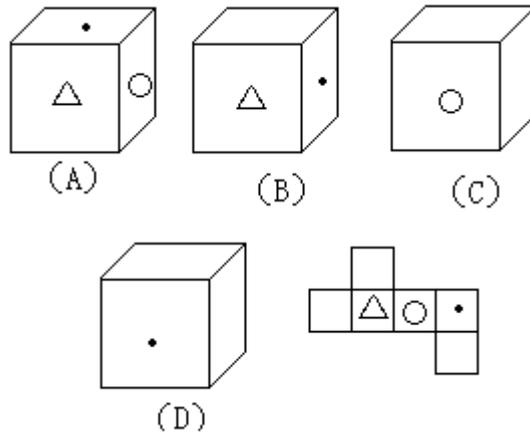
解：由 (2) (3) 图可以看出 A 的对面不是 B、C、D、F，只能是 E，

由 (1) (2) 图可看出 D 的对面不是 A、C、E、F，只能是 B。

同样由 (1) (3) 可知，C 的对面是 F。

答：字母 A 和 E 相对，B 和 D 相对，C 和 F 相对。

11. 下图中有四个正方体，只有一个是用右边的纸片折叠而成的，请指出是哪一个？

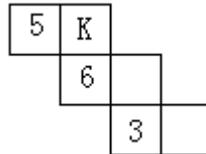


想：在右面的展开图中，由于 Δ 与 \cdot 在一条直线上且与 \circ 有边相连，所以折叠后 Δ 与 \cdot 处于相对的面的位置。又根据展开图的特点可以看出，从任一顶点观察必能且只能看到 Δ 与 \cdot 其中一个，这样我们就可以用排

除法找出答案。

解：展开图折叠后，从一个顶点不可以同时看到 o · 三个面，故排除 A。又因为 与 · 是相对的面，不会相邻，故排除 B，最后，不论从哪个顶点观察都可看到 或 · 中的一个，而 C 没有，故排除 C，所以只有 D 符合要求，因此，用右边的纸片可以折成正方体 D。

12. 右图由六个正方形组成，将它们折叠可以组成一个正方体，正方体的表面编数码为 1、2、3、4、5 和 6。有 3 个面上的数字漏写了。如果每一对面上的数相对的和都是 7，求 K 的值。

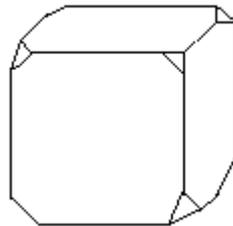


想：想象一下折叠成的正方体，如果 K 处于上面的话，3 正好与 K 相对处在下底面。

解： $K = 7 - 3 = 4$

答： $K=4$ 。

13. 如图所示，一个正方体从每个顶点处被切掉了相同的一块，得到一个新的立体图形，这个图形共有多少条棱？

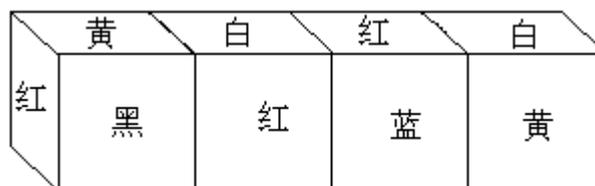


想：正方体原有 12 条棱，每切掉一块就增加 3 条棱，每个顶点处都切掉一块，一共切掉 8 块。由此可推算出总条数。

解： $12 + 3 \times 8 = 12 + 24 = 36$ (条)

答：这个图形共有 36 条棱。

14. 用红、黄、蓝、白、黑、绿六种颜色分别涂在相同的小正方体木块的六个面上，每个小正方体木块的涂色方式完全一样。现在用四块拼成一个较大的长方体模型(如图)。红面对着什么面？黄面对着什么面？黑面对着什么面？

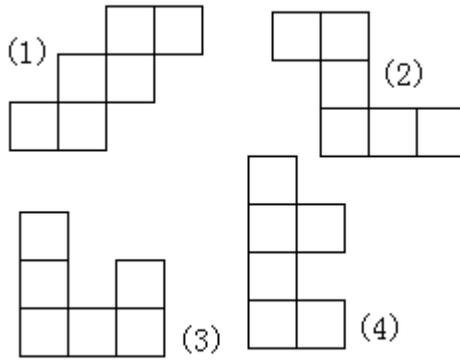


想：应从图中出现最多的红面入手从红面的四个邻面，可推出它的对面。然后，再分析黄面的邻面，推出对面。最后，确定黑面的对面。

解：由红面的邻面是黄、黑、白、蓝四色面，可推知它的对面是绿面。由黄面的邻面是红、黑、白三色面，又不可能对绿面，可推知对着蓝面。最后确定黑面一定对着白面。

答：红面对绿面，黄面对蓝面，黑面对白面。

15. 下面图形中的正方形大小都一样，哪一个可以拼成一个正方体？

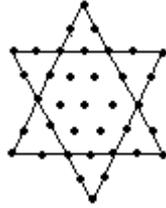


解：可依图裁出纸样，经实际操作可知图（1）能拼成一个正方体。

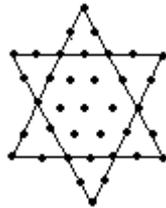
答：图（1）能拼成一个正方体。

（二）数图形

1. 右图中共有多少个点子？



想：直接数点子太难，可把这个六角星形的图形分解为一个大的平行四边形和四个小三角形（如右图），就很容易数出点子的个数。



解：大平行四边形中点子的个数：

$$5 \times 5 = 25 \text{ (个)}$$

四个小三角形点子的个数：

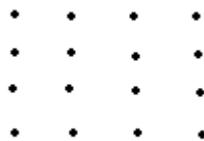
$$3 \times 4 = 12 \text{ (个)}$$

点子的总个数：

$$25 + 12 = 37 \text{ (个)}$$

答：共有 37 个点子。

2. 下图是一个正方形钉子板的示意图，16 个黑点子表示 16 颗钉子，以这些点为顶点，用皮筋围正方形，一共可以围成多少个大大小小的正方形？



想：先按数线段的方法，用边长所含最短线段的几种情况，算出正

正当放置的正方形个数。再数斜着围成的正方形个数。

解：平正放置的正方形个数：

$$9 + 4 + 1 = 14 \text{ (个)}$$

倾斜放置的正方形个数：

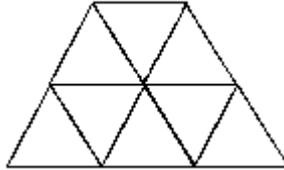
$$4 + 2 = 6 \text{ (个)}$$

一共含有正方形个数：

$$14 + 6 = 20 \text{ (个)}$$

答：一共可以围成大大小小 20 个正方形。

3. 图中有几种几何图形？各有多少个？



想：先分清有几种几何图形，再按基本的数图形的方法数出各自的个数。

解：图中有三角形，平行四边形和梯形。

三角形个数：

$$\text{单个三角形个数} + \text{四个小三角形组成的三角形个数} = 8 + 2 = 10 \text{ (个)}$$

平行四边形个数：

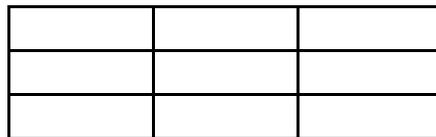
$$\text{两个三角形组成平行四边形个数} + \text{四个小三角形组成的平行四边形个数} = 10 + 4 = 14 \text{ (个)}$$

梯形的个数：

$$\text{三个小三角形组成梯形个数} + \text{五个小三角形组成梯形个数} + \text{最大梯形个数} = 10 + 1 + 1 = 12 \text{ (个)}$$

答：图中有三角形、平行四边形和梯形三种几何图形，它们分别有 10 个、14 个和 12 个。

4. 下图中含有 的长方形有多少个？



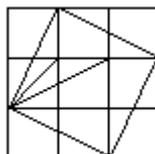
想：为了不重复不遗漏，可由小到大，由内向外数。

解：中间竖着数 4 个，中间横着数 3 个，拐角数 4 个，上下左右各大半部的 4 个，最大的 1 个。

$$\text{合起来是 } 4 + 3 + 4 + 4 + 1 = 16 \text{ (个)}。$$

答：符合条件的长方形有 16 个。

5. 右图是由九个边长为 1 厘米的小正方形组成的大正方形。



(1) 图中面积为 $1/2$ 平方厘米的三角形有几个？

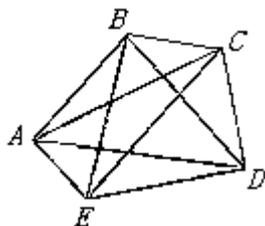
(2) 图中面积为 1 平方厘米的三角形有几个？

想：利用等底等高面积相等的道理，分类进行观察。

解：面积为 $1/2$ 平方厘米的三角形有 4 个。

面积为 1 平方厘米的三角形有 10 个。

6. 下图，BC 与 AD 平行，BD 与 AE 平行，AB 与 EC 平行。找出与三角形 ABC 面积相等的三角形？

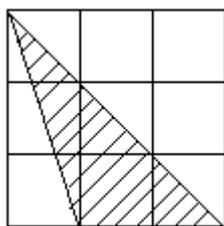


想：找与三角形 ABC 面积相等的三角形，也就是找与三角形 ABC 等底等高的三角形。为了解决好这个问题，应充分利用三组平行线的条件找高。

解：三角形 BDC 与三角形 ABC 同底等高，三角形 AEB 与三角形 ABC 同底等高，三角形 AED 与三角形 AEB 同底等高，三角形 BDC、AEB、AED 符合要求。

答：三角形 BDC、AEB、AED 与三角形 ABC 面积相等。

7. 下图中，大正方形是由 9 个面积相等的小正方形组成。以不在同一直线上的三个顶点组成三角形，这些三角形中有多少个与阴影三角形面积相等？



想：找与阴影面积相等的三角形，实际就是找与它等底等高的三角形。为了方便，可分不同类型进行研究。

解：把大正方形边长看作 3，小正方形边长就是 1，那么阴影三角形面积为 3 个面积单位。

(1) 边长是 2，高是 3 的三角形个数：

$$4 \times 2 \times 4 = 32 \text{ (个)}$$

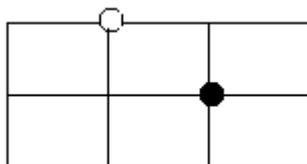
(2) 边长是 3，高是 2，与 (1) 重复的不计入，个数是：

$$8 \times 2 = 16 \text{ (个)}$$

合起来是：32 + 16 = 48 (个)

答：有 48 个三角形与阴影三角形面积相等。

8. 下图是一个棋盘，将一个白子和一个黑子放在棋盘线交叉点上，但不能在同一条棋盘线上，共有多少种不同的放法？

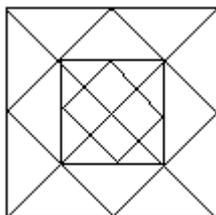


想：黑子确定一个位置，白子就有 6 个不同的放法。而黑子总共有 12 个不同的位置，由此，便可推算出一共的放法。

解： $12 \times 6 = 72$ （种）

答：共有 72 种不同的放法。

9. 下图中共有多少个长方形？多少个正方形？多少个三角形？



想：由外向里，从第二个和第四个正方形中数长方形个数。仍从第二个和第四个正方形中数正方形个数，并加上四层的正方形。由内两层正方形和外两层正方形数三角形个数，再加上二、三两层正方形形成的三角形个数。

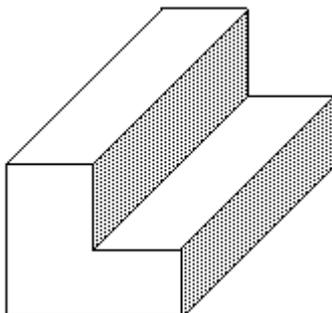
解：长方形个数： $4 + 4 = 8$ （个）

正方形个数： $4 + 4 + 4 = 12$ （个）

三角形个数： $20 + 20 + 4 = 44$ （个）

答：有 8 个长方形，12 个正方形，44 个三角形。

10. 下图中共有多少条棱？



想：前后相对面棱数同样多；上下面数时，要想到看不见一条棱。

解：前后面棱的条数： $6 \times 2 = 12$ （条）

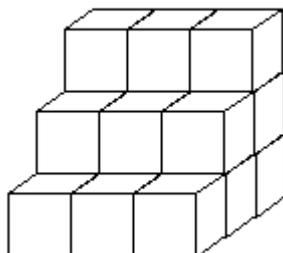
上下面棱的条数： $5 + 1 = 6$ （条）

合起来的条数： $12 + 6 = 18$ （条）

答：共有 18 条棱。

11. 下图中还差多少个小正方体可以组成一个较大的正方体？

想：先从整体上考虑组成一个较大的正方体需要多少个小正方体，再数出已有的小正方体的个数，便能得出相差的个数。



解：组成较大的正方体需要的小正方体个数：

$$3 \times 3 \times 3 = 27 \text{ (个)}$$

已有小正方体个数：

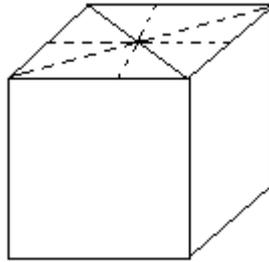
$$9 + 6 + 3 = 18 \text{ (个)}$$

还差正方体个数：

$$27 - 18 = 9 \text{ (个)}$$

答：还差 9 个小正方体可以组成一个较大的正方体。

12. 右图是一个正方体木块，在它的表面涂上颜色，然后沿图中虚线竖直切开。没有涂颜色的面共有几个？

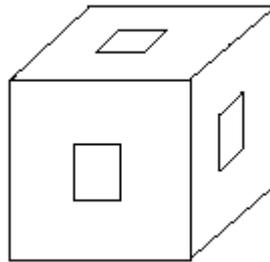


想：先分析能切成多少块，再考虑每块上有几个面没涂颜色。

$$\text{解：} 2 \times 8 = 16 \text{ (个)}$$

答：没有涂颜色的面共有 16 个。

13. 右图是一个正方体木块，在它的每个面上挖出一个小的正方体木块。表面增加多少个小正方形的面？

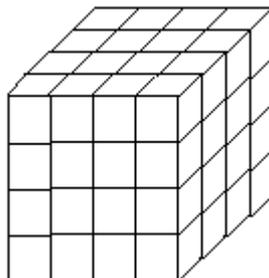


想：挖去一个小正方体就增加 5 个小正方形的面，一共挖去 6 个小正方体。

$$\text{解：} 5 \times 6 = 30 \text{ (个)}$$

答：增加 30 个小正方形的面。

14. 右图画的是一个边长 4 厘米的正方体木块。在它的表面涂上颜色，然后切成边长是 1 厘米的小立方体木块，没有涂颜色的有多少块？



想：先求出一共分成的块数，再去掉涂颜色的块数，就得到没涂颜色的块数。

解：一共分成的块数：

$$4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ (块)}$$

涂色的块数：

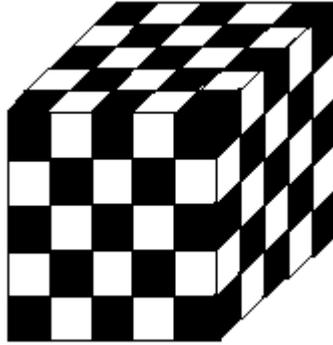
$$(4 \times 4 + 8 + 4) \times 2 = 56 \text{ (块)}$$

没有涂颜色的木块：

$$64 - 56 = 8 \text{ (块)}$$

答：没有涂颜色的有 8 块。

15. 右图是由 125 块大小相同、黑白相间的小正方体木块拼成的大正方体模型。露在外面的黑色小正方体木块共有多少块？



想：为了方便，分别数三个面、两个面和一个面露在外面的黑色小正方体木块的块数，然后计算总和。

解：顶点上的块数：8 块，

棱上的块数：12 块，

面上的块数： $5 \times 6 = 30$ (块)，

合起来是： $8 + 12 + 30 = 50$ (块)。

答：共有 50 块。

16. 右图是一个足球图。已知足球上有 12 块黑色皮子，白色皮子有多少块？



想：每块黑色皮子与 5 块白色皮子相邻，可累计计算出 60 块白色皮子。但每块白色皮子与 3 块黑色皮子相邻，这就是说每块白色皮子被计算了 3 次。由此可知，白色皮子为 20 块。

解： $5 \times 12 \div 2$

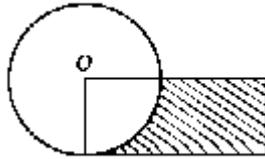
$$= 60 \div 3$$

$$= 20 \text{ (块)}$$

答：白色皮子有 20 块。

(三) 图形计算

1. 如图。圆的周长是 16.4 厘米，且圆的面积和长方形面积相等。图中阴影部分的周长是多少厘米？



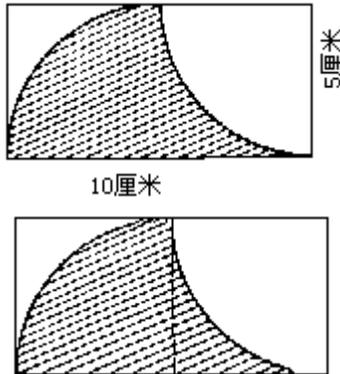
想：因为“圆的面积=长方形面积”，得出“ $\pi r^2 = \text{长} \times r$ ”，知长方形的长 $=\frac{\pi r^2}{r} = \pi r$ ，两个长是 $2\pi r$ ，正好是一个圆周。看图可知，阴影部分周长=1/4 圆周长+1 个圆周长。

$$\begin{aligned} \text{解：} & 1/4 \times 16.4 + 16.4 \\ & = 4.1 + 16.4 \\ & = 20.5 \text{ (厘米)} \end{aligned}$$

答：阴影部分周长是 20.5 厘米。

2. 求下图中阴影部分的面积。

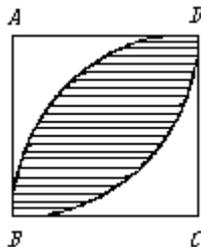
想：把长方形分成左右相等的两个正方形（如下图），然后重叠、旋转，两个阴影部分正好组成一个正方形，可直接计算出面积。

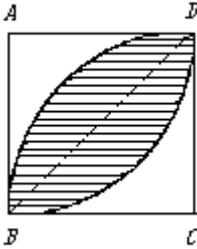


$$\begin{aligned} \text{解：} & 10 \div 2 \times 5 \\ & = 5 \times 5 \\ & = 25 \text{ (平方厘米)} \end{aligned}$$

答：阴影部分的面积是 25 平方厘米。

3. 如下图，正方形 ABCD 边长 2 厘米，分别以 A、C 为圆心，以边长为半径画弧，求阴影部分的面积。





想：连结起BD，就可看出阴影一半的面积是一个90°扇形与一个三角形的面积相差的部分。求出一半，即可求出整个阴影面积。

解：90°扇形面积：

$$3.14 \times 2^2 \div 4 \\ = 3.14 \text{ (平方厘米)}$$

三角形面积：

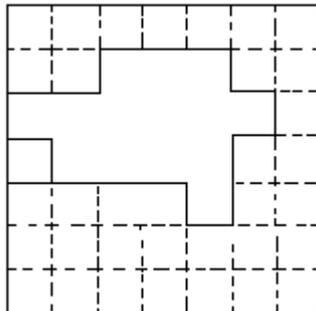
$$2 \times 2 \div 2 = 2 \text{ (平方厘米)}$$

阴影部分面积：

$$(3.14 - 2) \times 2 \\ = 1.14 \times 2 \\ = 2.28 \text{ (平方厘米)}$$

答：阴影部分的面积是2.28平方厘米。

4. 如下图，空白处表示的是一个地面所缺的方砖数。如果每块方砖面积是4平方分米，所缺方砖的面积是多少？



想：求缺少方砖的面积，必须知道缺少方砖的块数。空白部分不便数，我们可有规律地数出未缺少的方砖的块数。从总块数中去掉未缺少的块数，即是缺少的块数。

解：未缺少方砖块数：

$$7 \times 3 + 4 + 1 + 3 + 6 = 35 \text{ (块)}$$

缺少方砖块数：

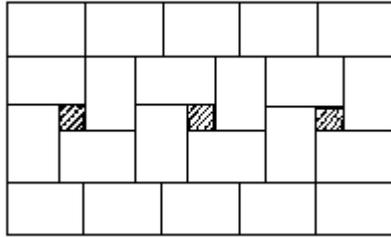
$$7 \times 7 - 35 = 49 - 35 = 14 \text{ (块)}$$

缺少方砖的面积：

$$4 \times 4 = 56 \text{ (平方分米)}$$

答：缺少方砖的面积是56平方分米。

5. 用同样大小的22个小长方形纸片摆成下面的图形。已知小纸片的宽度是12厘米，求阴影部分的面积。



想：小阴影正方形的边长等于小纸片长和宽的差。求出小纸片的长是解决问题关键。从图中可以看出：3个纸条的长和3个纸条的宽合起来等于5个纸条的长。由此可知，2个纸条的长等于3个宽，便可求出纸条的长度，使问题得到解决。

解：长方形纸条的长：

$$12 \times 3 \div 2 = 18 \text{ (厘米)}$$

小正方形阴影的边长：

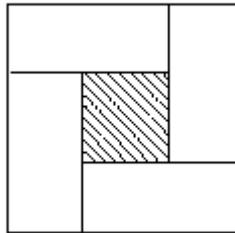
$$18 - 12 = 6 \text{ (厘米)}$$

阴影部分的面积：

$$6 \times 6 \times 3 = 108 \text{ (平方厘米)}$$

答：阴影部分的面积是 108 平方厘米。

6. 如右图，大正方形的边长是 7 厘米，4 个相同的长方形的宽是 2.5 厘米。阴影部分是一个小正方形，它的面积是多少？



想：从图中可以看出，阴影正方形的边长等于大正方形的边长去掉两个长方形的宽，求出阴影正方形的边长，便可直接得出面积。

解：阴影正方形的边长：

$$7 - 2.5 \times 2$$

$$= 7 - 5$$

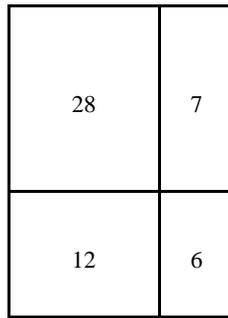
$$= 2 \text{ (厘米)}$$

阴影正方形的面积：

$$2 \times 2 = 4 \text{ (平方厘米)}$$

答：阴影部分的面积是 4 平方厘米。

7. 如下页上图，一个长方形被两条直线分成了四个小长方形，边长单位是厘米。其中三个的面积分别是 28 平方厘米、12 平方厘米和 6 平方厘米。第四个长方形面积是多少？



想：由图形的形状和面积数，估计左上较大长方形的长和宽可能是 7 厘米和 4 厘米；左下长方形的长和宽可能是 4 厘米和 3 厘米。试算能确定这两个长方形的公共边是 4 厘米，左上长方形的长是 7 厘米。同样方法，可确定右下长方形的宽是 2 厘米。由对边之间相等关系，便可求出第四个长方形的面积。

解：由 $28=4 \times 7$ ， $12=4 \times 3$ 试算，知第四个长方形长是 7 厘米。

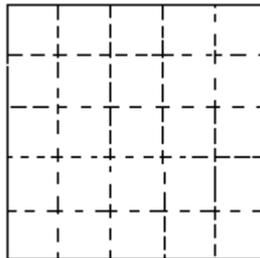
由 $12=4 \times 3$ $6=3 \times 2$ 试算，知第四个长方形的宽是 2 厘米。

第四个长方形面积：

$$7 \times 2 = 14 \text{ (平方厘米)}$$

答：第四个长方形面积是 14 平方厘米。

8. 右图中每个小方格的面积是 1 平方厘米。

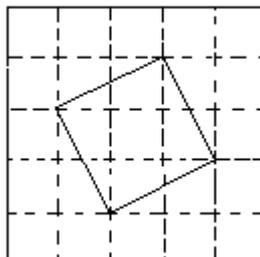


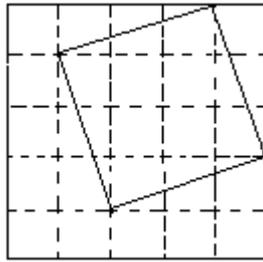
(1) 用实线在方格纸上画出面积是 5 平方厘米的正方形。

(2) 用实线在方格纸上画出面积为 10 平方厘米的正方形。

想：要画 5 平方厘米的正方形，肯定不能全画整格的，因此四个边上要画成三角形，而且形状面积完全相同。由此确定，四周用两格画对角线的方法，找到面积是 1 平方厘米的三角形的斜边围成正方形。要画 10 平方厘米的正方形，用上面的思路，四周用在三格内画对角线的方法，围成正方形。

解：





左图面积：

$$1 \times 2/2 \times 4 + 1 = 5 \text{ (平方厘米)}$$

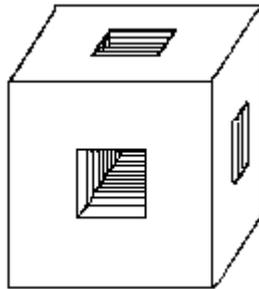
右图面积：

$$1 \times 3/2 \times 4 + 4 = 10 \text{ (平方厘米)}$$

两图符合要求，即为所求的图形。

9. 下页上图是一个棱长为 6 厘米的正方体木块，在它六个面的中心分别挖去一个棱长 2 厘米的正方体木块，做成一个模具。这个模具的表面积是多少？

想：每挖一个方孔就增加 4 个 $2 \times 2 = 4$ (平方厘米) 的表面积，考虑到上面这个条件，就容易求出这个模具的表面积。



解：挖方孔共增加的表面积：

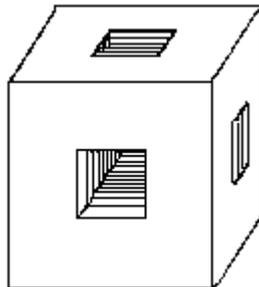
$$2 \times 2 \times 4 \times 6 = 96 \text{ (平方厘米)}$$

这个模具的表面积：

$$6 \times 6 \times 6 + 96 = 216 + 96 = 312 \text{ (平方厘米)}$$

答：这个模具的表面积是 312 平方厘米。

10. 一个棱长是 4 厘米的正方体钢块，在它的上面、前面、右面的中心向对面各打一个边长 2 厘米的方孔。求穿孔后钢块的体积。



想：打一个孔去掉的体积是 $(2 \times 2 \times 4)$ 立方厘米，但因三个孔在钢块中央重复通过，计算体积时要去掉两个 $(2 \times 2 \times 2)$ 立方厘米的体积，才能准确求出穿孔后钢块的体积。

解：打一个孔去掉的体积：

$$2 \times 2 \times 4 = 16 \text{ (立方厘米)}$$

打 3 个孔去掉的体积：

$$16 \times 3 - 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 48 - 16 = 32 \text{ (立方厘米)}$$

打孔后钢块的体积：

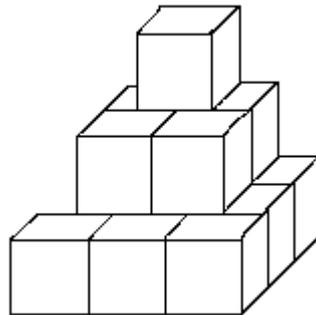
$$4 \times 4 \times 4 - 32$$

$$= 64 - 32$$

$$= 32 \text{ (立方厘米)}$$

答：穿孔后钢块的体积是 32 立方厘米。

11. 下图是由 14 个边长为 1 分米的小正方体组成的图形，它的表面积是多少平方分米？



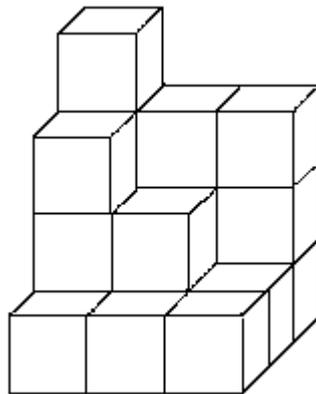
想：要求它的表面积，实际就是数出这个图形中小正方体露在外面正方形面的个数。

解：前后左右小正方形面的个数： $12 + 8 + 4 = 24$ (个) 上下小正方形面的个数： $9 \times 2 = 18$ (个) 图形表面积：

$$24 + 18 = 42 \text{ (平方分米)}$$

答：这个图形的表面积是 42 平方分米。

12. 如下图，由 19 个边长是 2 厘米的小正方体组成的立体图形。它的表面积是多少？



想：要求它的表面积，实际是数清楚它露在外面有多少个小正方形的面，再计算出这些面的总面积。上下各有 9 个小正方形面，前后各有 10 个小正方形的面；左右各有 8 个小正方形的面，合起来一共是 46 个小正方形的面。由此便容易求出这个立体图形的表面积。

解：大立方体表面包含小正方形面的个数：

$$9 \times 2 + 10 \times 2 + 8 \times 2$$

$$= 18 + 20 + 16$$

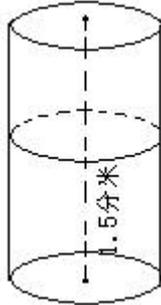
$$= 54 \text{ (个)}$$

大立方体的表面积：

$$2 \times 2 \times 54 = 216 \text{ (平方厘米)}$$

答：它的表面积是 216 平方厘米。

13. 有一个高是 1.5 分米的圆柱体，横截成两个小圆柱体，表面积增加了 1.6 平方分米，原来圆柱体的体积是多少？

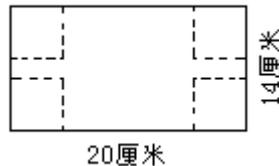


想：横截成两个小圆柱体，表面积实际增加了两个底面的面积。由此可求出原来圆柱体的底面积，进而可求出它的体积。

$$\text{解：} 1.6 \div 2 \times 1.5 = 1.2 \text{ (立方分米)}$$

答：原来圆柱体的体积是 1.2 立方分米。

14. 有一块长 20 厘米，宽 14 厘米的长方形薄铁板，在它的四个角上各剪去一个边长为 5 厘米的正方形。然后把它折成一个无盖的铁盒，铁盒的容积是多少毫升？



想：根据条件知道，折成铁盒后里面的长是 $(20 - 5 \times 2)$ 厘米，宽是 $(14 - 5 \times 2)$ 厘米，高是 5 厘米。由此便可求出它的容积。

解：折成铁盒里面的长是：

$$20 - 5 \times 2 = 20 - 10 = 10 \text{ (厘米)}$$

折成铁盒里面的宽是：

$$14 - 5 \times 2 = 14 - 10 = 4 \text{ (厘米)}$$

$$\text{铁盒的容积是：} 10 \times 4 \times 5 = 200 \text{ (立方厘米)}$$

$$200 \text{ 立方厘米} = 200 \text{ 毫升}$$

答：铁盒的容积是 200 毫升。

15. 一个圆柱形水桶的底面内半径是 20 厘米，里面水深 35 厘米。把一个底面半径是 10 厘米的圆锥形钢块全部浸入水中，桶里的水面升高到 37 厘米。圆锥形铁块的高是多少？

想：水升高部分的体积就是圆锥形钢块的体积，由已知条件再求出它的底面积，进一步便可求出它的高。

解：水桶里水升高部分的体积：

$$\begin{aligned} 3.14 \times 20^2 \times (37 - 35) &= 3.14 \times 400 \times 2 \\ &= 2512 \text{ (立方厘米)} \end{aligned}$$

圆锥形钢块的底面积：

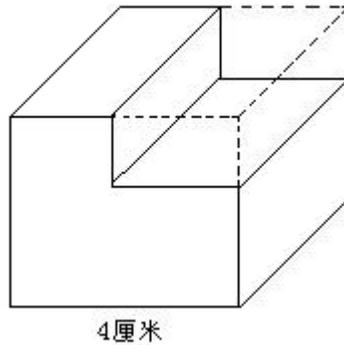
$$3.14 \times 10^2 = 3.14 \times 100 = 314 \text{ (平方厘米)}$$

圆锥形钢块的高：

$$2512 \times 3 \div 314 = 24 \text{ (厘米)}$$

答：圆锥体钢块的高是 24 厘米。

16. 有一个棱长是 4 厘米的立方体木块，从它的右上角割去一个长 4 厘米，宽 2 厘米，高 1 厘米的长方体木块（如图），那么剩下部分的表面积是多少平方厘米？



想：割去一个长方体木块后，表面积只减少了这个小长方体木块前后两个小长方形的面积。由此，便容易求出大立方体木块割去一个小长方体木块后的表面积。

解：大立方体木块表面积：

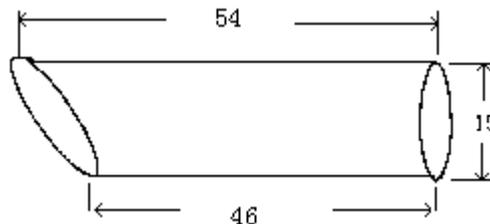
$$4 \times 4 \times 6 = 96 \text{ (平方厘米)}$$

剩余部分的表面积：

$$96 - 2 \times 1 \times 2 = 96 - 4 = 92 \text{ (平方厘米)}$$

答：剩下部分的表面积是 92 平方厘米。

17. 用铁皮做一个如下页图的一个无底无盖的圆筒，需要多少平方厘米铁皮？



想：若用两个同样的铁筒接成一个大的圆柱形铁筒，求出它的一半的表面积，即为所求的铁皮大小。

解：两个如图的圆筒接成的大圆柱铁筒的底面周长：

$$3.14 \times 15 = 47.1 \text{ (厘米)}$$

这个大圆柱铁筒的高：

$$54 + 46 = 100 \text{ (厘米)}$$

所求的铁皮的面积：

$$47.1 \times 100 \div 2 = 2355 \text{ (平方厘米)}$$

答：做这个铁筒需要 2355 平方厘米铁皮。

四 代数初步知识

便于用字母辅助解答的应用题

1.更新手表厂原计划 14 天生产手表 1680 只，实行生产承包责任制后，每天比原计划多生产 $\frac{2}{5}$ ，这样实际只需几天就能完成任务？

想：设实际只需 x 天就可完成任务，由题目可知实际每天生产手表 $\frac{1680}{14} \times (1 + \frac{2}{5})$ 只。根据“工作效率 \times 工作时间 = 工作总量”可列方程。

解：设实际需要 x 天完成任务。

$$\frac{1680}{14} \times (1 + \frac{2}{5}) x = 1680$$

$$120 \cdot \frac{7}{5} x = 1680$$

$$x = \frac{1680}{168}$$

$$x = 10$$

答：实际只需要 10 天就可完成任务。

2.一条公路，第一天修了全长的 30%，第二天比第一天多修 4 千米，第三天修了 12 千米，正好修完。问这条公路有多长？

想：若设公路全长 x 千米，那么第一天修 $30\%x$ 千米，第二天修 $(30\%x + 4)$ 千米。

解：设公路全长 x 千米。

$$30\%x + (30\%x + 4) + 12 = x$$

$$0.3x + (0.3x + 4) + 12 = x$$

$$0.6x + 16 = x$$

$$0.4x = 16$$

$$x = 40$$

答：公路全长 40 千米。

3.有两筐桃，个数同样多，从甲筐取出 50 个，从乙筐取出 94 个后，乙筐内桃的个数是甲筐的 $\frac{1}{3}$ 。原来每筐有桃多少个？

想：可设每筐有桃 x 个。取出若干个桃后，甲筐剩 $(x - 50)$ 个，乙筐剩 $(x - 94)$ 个。

解：设原来每筐有桃 x 个。

$$x - 94 = \frac{1}{3} (x - 50)$$

$$x - 94 = \frac{1}{3} x - \frac{50}{3}$$

$$\frac{2}{3} x = \frac{232}{3}$$

$$x = 116$$

答：原来每筐有桃 116 个。

4. 一桶油连桶共重 50 千克，将油倒出 $\frac{1}{3}$ 后，剩下的油的重量是桶重量的 4 倍。这桶油净重多少千克？

想：若设这桶油净重 x 千克，那么桶重就是 $(50-x)$ 千克，将油倒出 $\frac{1}{3}$ 后，剩下的油是 $(1-\frac{1}{3})x$ 千克。

解：设这桶油净重 x 千克。

$$(1-\frac{1}{3})x = 4(50-x)$$

$$\frac{2}{3}x + 4x = 200$$

$$x = 42\frac{6}{7}$$

答：这桶油净重 $42\frac{6}{7}$ 千克。

5. 有两缸金鱼，如果从第一缸内取出 15 尾放入第二缸，这时第二缸内的金鱼数正好是第一缸的 $\frac{5}{7}$ 。已知第二缸内原有金鱼 35 尾，第一缸内原有金鱼多少尾？

想：可设第一缸内原有金鱼 x 尾，取出 15 尾放进第二缸后，第一缸内还有金鱼 $(x-15)$ 尾，第二缸内有金鱼 $(35+15)$ 尾。

解：设第一缸内原有金鱼 x 尾。

$$(x-15) \times \frac{5}{7} = 35+15$$

$$x-15 = 70$$

$$x = 85$$

答：第一缸内原有金鱼 85 尾。

6. 甲、乙两地相距 475 千米，客车和货车同时从两地相对开出。已知货车每小时行 45 千米，货车与客车的速度比是 9 : 10，经过几小时两车才能相遇？

想：可设经过 x 小时两车相遇。由两车速度比是 9 : 10，可知客车速度为 $45 \times \frac{10}{9}$ 千米 / 时。

解：设经过 x 小时两车相遇。

$$(45 + 45 \times \frac{10}{9})x = 475$$

$$95x = 475$$

$$x = 5$$

答：经过 5 小时两车才能相遇。

7. 甲、乙两队合修一条公路，甲队每天修这条路的 $\frac{1}{10}$ ，乙队每天修 300 米，4 天修完，甲队每天修多少米？

想：如果设甲队每天修 x 米，那么公路总长为 $10x$ 米。

解：设甲队每天修 x 米。

$$4x + 300 \times 4 = 10x$$

$$6x=1200$$

$$x=200$$

答：甲队每天修 200 米。

8. 一列快车从甲地到乙地需要 3 小时，一列慢车从甲地到乙地需要 5 小时，快车每小时比慢车多行 24 千米。这两地之间的距离是多少千米？

想：可设两地之间的距离是 x 千米，则甲每小时行 $\frac{x}{3}$ 千米，乙每小时行 $\frac{x}{5}$ 千米。根据题意可列方程。

解：设两地之间相距 x 千米。

$$\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = 24$$

$$\frac{2x}{5} = 24$$

$$x = 180$$

答：甲、乙两地之间的距离是 180 千米。

9. 一轮船在甲、乙两地之间往返航行，水流速度是每小时 3 千米，顺水航行需 6 小时，逆水航行需 8 小时。甲、乙两地之间的距离是多少？

想：可设两地之间相距 x 千米，则轮船顺水速度是每小时 $\frac{x}{6}$ 千米，逆水速度是每小时 $\frac{x}{8}$ 千米。这两个速度相差 2 个水流速度。

解：设甲、乙两地之间的距离是 x 千米。

$$\frac{x}{6} - \frac{x}{8} = 3 \times 2$$

$$\frac{x}{24} = 6$$

$$x = 144$$

答：甲、乙两地之间的距离是 144 千米。

10. 甲、乙两汽车同时从同一地到另一地，甲的速度是每小时 50 千米，乙的速度是每小时 75 千米，结果甲比乙晚到 2 小时。这两地间的距离是多少千米？

想：可设两地间的距离是 x 千米，则甲行全程需 $\frac{x}{50}$ 小时，乙行全程需 $\frac{x}{75}$ 小时。两个时间相差 2 小时。

解：设两地间的距离是 x 千米。

$$\frac{x}{50} - \frac{x}{75} = 2$$

$$\frac{x}{150} = 2$$

$$x = 300$$

答：两地之间的距离是 300 千米。

11. 一年级有甲、乙两个班，甲班人数是全年级人数的 56%，如果从

甲班调出 12 人到乙班，这时乙班人数正好也是全年级人数的 56%，那么甲班原来有多少人？

想：如果设甲班原有 x 人，方程不好列。于是改设全年级人数为 x ，则甲班人数为 $56\%x$ ，乙班人数为 $(1-56\%)x$ ，乙班增加 12 人后，人数与甲班原人数相等。

解：设全年级共有 x 人。

$$56\%x = (1-56\%)x + 12$$

$$0.12x = 12$$

$$x = 100$$

$$56\%x = 100 \times 0.56 = 56$$

答：甲班原有 56 人。

12. 一汽车在甲、乙两地之间行驶，从甲地到乙地每小时行 45 千米，从乙地到甲地每小时行 60 千米，往返一次共用 7 小时。问甲乙两地之间的距离是多少？

想：如果设两地之间的距离是 x 千米，方程不好列。可以改设从甲地到乙地需 x 小时，则从乙地到甲地需 $(7-x)$ 小时。根据往返距离相等，可列方程。

解：设从甲地到乙地需 x 小时。

$$45x = 60(7-x)$$

$$105x = 420$$

$$x = 4$$

$$45 \times 4 = 180 \text{ (千米)}$$

答：甲、乙两地相距 180 千米。

13. 甲、乙两地相距 400 千米，它们之间是山路，一辆汽车上坡每小时行 40 千米，下坡每小时行 80 千米，从甲地到乙地需行驶 8 小时，问从乙地到甲地需多少小时？

想：解此题的关键是设未知数，如果设走全程的时间为 x 小时，方程就难列出。考虑到从甲地到乙地的距离和时间都已知，因此可设下坡用时间 x 小时，则上坡用时间 $(8-x)$ 小时。

解：设从甲地到乙地下坡用时间 x 小时。

$$80x + 40(8-x) = 400$$

$$40x = 80$$

$$x = 2$$

由此可知，从甲地到乙地下坡为 $80 \times 2 = 160$ (千米)，上坡为 $400 - 160 = 240$ (千米)

反过来，从乙地到甲地上、下坡的路程正好相反，所以从乙地到甲地所用时间为：

$$\frac{160}{40} + \frac{240}{80} = 4 + 3 = 7 \text{ (小时)}$$

答：从乙地到甲地需 7 小时。

14. 两辆汽车分别从甲、乙两地出发相对而行，一汽车从甲地出发先行驶 6 小时，通过的路程是甲、乙两地距离的 $\frac{1}{5}$ ，然后另一汽车从乙地出发，两车相对而行，经 8 小时相遇。问这两辆汽车走完全程各需几小

时？

想：甲车走完全程的时间可直接求得：

$$6 \div \frac{1}{5} = 30 \text{ (小时)}$$

于是可设乙走全程所用时间为 x 小时。由以上两数可想到：甲每小时走全程的 $\frac{1}{30}$ ，乙每小时走全程的 $\frac{1}{x}$ ，二车相对而行，8小时走完全程的 $8 \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{x} \right)$ ，它与 $\left(1 - \frac{1}{5} \right)$ 相等。

解：设乙车走完全程需 x 小时。

$$8 \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{x} \right) = 1 - \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{10} - \frac{1}{30}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{15}$$

$$x = 15$$

$$6 \div \frac{1}{5} = 30 \text{ (小时)}$$

答：甲、乙走完全程所用时间分别为 30 小时、15 小时。

15. 现有含盐 25% 的盐水 40 千克，要使盐水含盐 20%，应加水多少千克？

想：可设应加水 x 千克。加水后盐水重 $(40+x)$ 千克，含盐 $20\% \cdot (40+x)$ 千克。这与原来盐水的含盐量相等。

解：设应加水 x 千克。

$$20\% \cdot (40+x) = 40 \times 25\%$$

$$0.2x = 2$$

$$x = 10$$

答：应加水 10 千克。

16. 现有浓度为 10% 的盐水 800 克，需要把它的浓度增加到 20%，则需加盐多少克？

想：可设需加盐 x 克，则加盐后盐水为 $(800+x)$ 克，加盐前、后盐水中所含水的重量不变。

解：设需加盐 x 克。

$$(1-10\%) \times 800 = (1-20\%) (800+x)$$

$$0.8 \times (800+x) = 720$$

$$800+x=900$$

$$x=100$$

答：需加盐 100 克。

17. 一根绳子用去全长的 20%，用去的比剩下的少 21 米，这根绳子原来长多少米？

想：如果设绳子原长 x 米，那么用去的是 $20\% \cdot x$ 米，剩下的是 $(1-20\%) \cdot x$ 米。

$$(1-20\%) x - 20\% x = 21$$

$$0.6x=21$$

$$x=35$$

答：这根绳子原来长 35 米。

18. 一根木棒，先截去它总长的 $\frac{1}{4}$ ，再截去剩下的 $\frac{1}{3}$ ，再截去第二次剩下的 $\frac{1}{5}$ ，最后余下 2 米。这根木棒总长是几米？

想：可设木棒总长 x 米，则第一次截后剩下 $(1-\frac{1}{4})x$ 米，第二次截后剩下 $(1-\frac{1}{4})(1-\frac{1}{3})x$ 米，第三次截后剩下 $(1-\frac{1}{4})(1-\frac{1}{3})(1-\frac{1}{5})x$ 米。

解：设木棒总长 x 米。

$$(1-\frac{1}{4})(1-\frac{1}{3})(1-\frac{1}{5})x=2$$

$$\frac{2}{5}x=2$$

$$x=5$$

答：这根木棒总长 5 米。

19. 某水池有甲、乙两个水管注水。单放甲管需 12 小时注满，单放乙管需 24 小时注满。现在要求 10 小时注满水池，并且甲、乙两管合放的时间尽可能的少，甲、乙两管合放最少需要多少小时？

想：要使两管合放的时间最少，注水快的甲管应一直开放，即甲管应开放 10 小时，可注池水的 $\frac{10}{12}$ 。设乙管开放的时间是 x 小时（也就是两管合放的时间）。那么乙管可注池水的 $\frac{x}{24}$ 。

解：设两管合放最少需要 x 小时。

$$\frac{10}{12} + \frac{x}{24} = 1$$

$$\frac{x}{24} = \frac{1}{6}$$

$$x=4$$

答：两管合放最少需要 4 小时。

20. 某年级三个班在植树节那天共种树 180 棵，甲班植树棵数的 $\frac{1}{4}$ 与乙班的 $\frac{1}{2}$ 加丙班的 $\frac{1}{3}$ 相等。问各班植树分别是多少棵？

想：考虑到三班植树棵数的 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 相等，因此可设甲班植树 $4x$ 棵，则乙、丙班植树分别为 $2x$ 棵、 $3x$ 棵。

解：设甲班植树 $4x$ 棵，则乙班植树 $2x$ 棵，丙班植树 $3x$ 棵。

$$4x+2x+3x=180$$

$$9x=180$$

$$x=20$$

$$4x=4 \times 20=80$$

$$2x=2 \times 20=40$$

$$3x=3 \times 20=60$$

答：甲、乙、丙三班植树分别为 80 棵、40 棵、60 棵。

21. 甲、乙、丙三人分人民币 100 元，甲分得的是乙的 $\frac{1}{4}$ ，乙分得的是丙的 $\frac{4}{5}$ ，甲、乙、丙各应分得多少元？

想：可设甲分得 x 元，则乙分得 $4x$ 元，丙分得 $5x$ 元。由三人共分 100 元，可列方程。

解：设甲分得 x 元，则乙分得 $4x$ 元，丙分得 $5x$ 元。

$$x+4x+5x=100$$

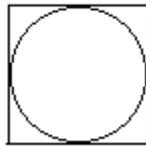
$$x=10$$

$$4x=4 \times 10=40$$

$$5x=5 \times 10=50$$

答：甲分得 10 元，乙分得 40 元，丙分得 50 元。

22. 已知右图中正方形的面积为 15 平方厘米，求它里面最大的圆的面积。



想：欲求圆的面积，须先知圆的半径或半径的平方。若设半径为 x 厘米，则正方形边长为 $2x$ 厘米。根据“正方形的面积为 15 平方厘米”，可列方程求 x^2 。

解：设圆的半径为 x 厘米。

$$(2x)^2 = 15$$

$$x^2 = 15/4$$

$$S_{\text{圆}} = \pi x^2$$

$$= \pi \cdot \frac{15}{4}$$

$$= 11.775$$

答：圆的面积是 11.775 平方厘米。

五 综合解答应用题

(一) 基本应用题

1. 球从高处下落，每次接触地面后弹起的高度是前一次下落高度的 $\frac{2}{5}$ 。如果球从35米高处落下，它第二次弹起的高度是多少米？

想：根据每次弹起的高度是前一次下落高度的 $\frac{2}{5}$ ，把前一次下落的高度作为单位“1”，可求出球从35米高处下落后第一次弹起的高度。再把它看作单位“1”，即可求出第二次弹起的高度。

$$\text{解：} 35 \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = 5.6(\text{米})$$

答：第二次弹起的高度是5.6米。

2. 人体中的血液约占体重的 $\frac{1}{13}$ ，血液里约含 $\frac{2}{3}$ 的水。体重78千克的人，血液里约含水多少千克？

想：根据人体的血液约占体重的 $\frac{1}{13}$ ，把体重看作单位“1”，可求出血液的重量。再把它看作单位“1”，求出它的 $\frac{2}{3}$ 即血液里约含水的重量。

$$\text{解：} 78 \times \frac{1}{13} \times \frac{2}{3} = 4(\text{千克})$$

答：血液里约含水4千克。

3. 一个油桶里盛了 $\frac{2}{5}$ 桶豆油，连桶共重5千克，如果盛 $\frac{3}{5}$ 桶豆油，则连桶共重7千克。油桶重多少千克？

想：根据条件可知道，两次的重量差(7-5)千克相当于油重的($\frac{3}{5} - \frac{2}{5}$)，由此可求出1桶油的重量，然后求出 $\frac{2}{5}$ 桶油的重量，最后求出桶的重量。

解：一桶油的重量：

$$(7 - 5) \div (\frac{3}{5} - \frac{2}{5}) = 2 \div \frac{1}{5} = 10(\text{千克})$$

油桶的重量：

$$5 - 10 \times \frac{2}{5} = 5 - 4 = 1(\text{千克})$$

答：油桶重1千克。

4. 一堆砂石，运走 $\frac{4}{5}$ ，还剩36吨，如果剩下150吨，应当运走多少吨？

想：根据已知条件可知，这堆砂石的($1 - \frac{4}{5}$)是36吨，可先求出

这堆砂石的总吨数，然后根据“如果剩下 150 吨”，可求出运走多少吨？

$$\text{解：} 36 \div \left(1 - \frac{4}{5}\right) - 150$$

$$= 180 - 150$$

$$= 30 \text{ (吨)}$$

答：运走 30 吨。

5. 加工一批零件，甲单独加工 6 天可以完成，乙单独加工 8 天可以完成。现在丙先加工这批零件的 $\frac{1}{4}$ ，用了 3 天，余下的由甲、乙、丙三人合做，还要几天才能完成？

想：根据丙先加工这批零件的 $\frac{1}{4}$ ，可求出余下的工作量是 $\left(1 - \frac{1}{4}\right)$ 。已知甲单独做 6 天完成，可知甲的工作效率为 $\frac{1}{6}$ ，又知乙单独做 8 天完成，可知乙的工作效率为 $\frac{1}{8}$ ，丙加工这批零件的 $\frac{1}{4}$ ，用了 3 天，可求丙的工作效率为 $\left(\frac{1}{4} \div 3\right)$ ，进而可求出余下的 3 人合作完成的天数。

$$\text{解：} \left(1 - \frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \div 3\right)$$

$$= \frac{3}{4} \div \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12}\right)$$

$$= \frac{3}{4} \div \frac{3}{8}$$

$$= 2 \text{ (天)}$$

答：还要 2 天完成。

6. 某项工程，甲队单独做需 8 天完成，乙队单独做需 12 天完成，现两队一起工作几天后，剩下的由甲队单独做，3 天就完成了。两队一起工作了几天？

想：根据已知条件可知，甲、乙共同工作的工作量是 $\left(1 - \frac{1}{8} \times 3\right)$ 。再根据甲乙单独做需要的天数，可求出甲乙的工作效率和，进而求出甲乙两队一起工作的天数。

$$\text{解：} \left(1 - \frac{1}{8} \times 3\right) \div \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{12}\right)$$

$$= \frac{5}{8} \div \frac{5}{24}$$

$$= 3 \text{ (天)}$$

答：甲乙两队一共工作了 3 天。

7. 甲、乙、丙三人，在学校环形跑道上练接力赛跑。甲跑了一圈的 $\frac{1}{4}$ ，乙接着跑了一段，丙跑了一圈的 $\frac{1}{3}$ ，正好跑完了一圈。已知甲比丙少跑 10 米，乙跑了多少米？

想：根据已知条件知道，10米相当于一圈的 $(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})$ ，可求出跑道一圈的长度。又知乙跑了一圈的 $(1-\frac{1}{4}-\frac{1}{3})$ ，便可求出乙跑的路程。

$$\begin{aligned} \text{解：} & 10 \div (\frac{1}{3}-\frac{1}{4}) \times (1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}) \\ & = 10 \div \frac{1}{12} \times \frac{5}{12} \\ & = 50 \text{ (米)} \end{aligned}$$

答：乙跑了50米。

8. 一条绳子截下9米，剩下的比全长的 $\frac{3}{4}$ 短3米，这条绳子全长多少米？

想：已知一条绳子截下9米后剩下的比全长的 $\frac{3}{4}$ 短3米。如果少截下3米，那么截下的 $(9-3)$ 米应是绳子全长的 $(1-\frac{3}{4})$ ，由此便可求出绳长。

$$\begin{aligned} \text{解：} & (9-3) \div (1-\frac{3}{4}) \\ & = 6 \div \frac{1}{4} \\ & = 24 \text{ (米)} \end{aligned}$$

答：这条绳子长24米。

9. 一桶油，第一次倒出全桶油的 $\frac{1}{4}$ ，第二次比第一次少倒5千克，这时桶内还有油20千克。这桶油共多少千克？

想：已知第一次倒出这桶油的 $\frac{1}{4}$ ，第二次比第一次少倒5千克，还剩20千克。如果第二次和第一次倒的同样多，那么 $(20-5)$ 千克是这桶油的 $(1-\frac{1}{4}-\frac{1}{4})$ 。由此便可求这桶油重多少千克。

$$\begin{aligned} \text{解：} & (20-5) \div (1-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}) \\ & = 30 \text{ (千克)} \end{aligned}$$

答：这桶油共重30千克。

10. 加工一批零件，师傅单独做 $\frac{1}{3}$ 小时完成，徒弟单独做 $\frac{1}{2}$ 小时完成。师徒合作多少小时可以完成？

想：根据师傅单独做 $\frac{1}{3}$ 小时完成，可求出师傅的工作效率是 $(1 \div \frac{1}{3})$ ，根据徒弟单独做 $\frac{1}{2}$ 小时完成，可求出徒弟的工作效率是 $(1 \div \frac{1}{2})$ 。由此

便可求出师徒合作的时间。

$$\begin{aligned}\text{解：} & 1 \div \left(1 \div \frac{1}{3} + 1 \div \frac{1}{2} \right) \\ & = 1 \div (3 + 2) \\ & = \frac{1}{5} \text{ (小时)}\end{aligned}$$

答：师徒合作 $\frac{1}{5}$ 小时可以完成。

11. 一项工程，由甲队单独做 12 天可以完成。乙队的工作效率是甲队的 $\frac{3}{4}$ 。现在甲、乙两队合做，多少天可以完成？

想：已知甲队单独做12天可以完成，可知甲队的工作效率是 $\frac{1}{12}$ ，又知乙队的工作效率是甲队的 $\frac{3}{4}$ ，可知乙队的工作效率是 $\left(\frac{1}{12} \times \frac{3}{4}\right)$ ，由此便可求出两队合做所需要的时间。

$$\begin{aligned}\text{解：} & 1 \div \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{12} \times \frac{3}{4} \right) \\ & = 1 \div \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{16} \right) \\ & = 1 \div \frac{7}{48} \\ & = 6\frac{6}{7} \text{ (天)}\end{aligned}$$

答：两队合做 $6\frac{6}{7}$ 天可以完成。

12. 一位旅客从甲城到乙城，乘汽车行了全程的 $\frac{1}{3}$ 换乘火车，下火车后又换乘汽车，行了第一次乘汽车所行路程的 $\frac{1}{3}$ 。乘火车行了全程的几分之几？

想：已知先乘汽车行了全程的 $\frac{1}{3}$ ，第二次乘汽车行的是第一次乘汽车所行路程的 $\frac{1}{3}$ ，那么第二次乘汽车行了全程的 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ 。由此，便可求出乘火车行了全程的几分之几。

$$\begin{aligned}\text{解：} & 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ & = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{9} \\ & = \frac{5}{9}\end{aligned}$$

答：乘火车行了全程的 $\frac{5}{9}$ 。

13. 某校举行春季运动会，共有运动员 126 人。其中男运动员的人数如果减少 $\frac{1}{4}$ ，恰好与女运动员的人数相等。男、女运动员各多少人？

想：根据“已知男运动员的人数减少 $\frac{1}{4}$ 恰与女运动员的人数相等”可知，把男运动员的人数看作单位“1”，那么女运动员的人数相当于男运动员的 $(1 - \frac{1}{4})$ ，运动员总数 126 相当于男运动员的 $[1 + (1 - \frac{1}{4})]$ 。

由此便可求出男、女运动员的人数。

解：男运动员人数：

$$\begin{aligned} & 126 \div [1 + (1 - \frac{1}{4})] \\ &= 126 \div [1 + \frac{3}{4}] \\ &= 126 \div 1\frac{3}{4} \\ &= 72 \text{ (人)} \end{aligned}$$

女运动员人数：

$$72 \times \frac{3}{4} = 54 \text{ (人)}$$

答：男运动员 72 人，女运动员 54 人。

14. 一种杀虫药水，14 元可以买 3 瓶。某农户用 100 元买了 21 瓶零 1.5 千克，一瓶杀虫药水重多少千克？

想：根据已知 14 元买 3 瓶，可求一瓶用多少元，再根据 100 元买 21 瓶零 1.5 千克，可求出 1.5 千克用多少元。再由钱数便可推算出每瓶的重量。

解：1.5 千克用的钱数：

$$\begin{aligned} & 100 - \frac{14}{3} \times 21 \\ &= 100 - 98 \\ &= 2 \text{ (元)} \end{aligned}$$

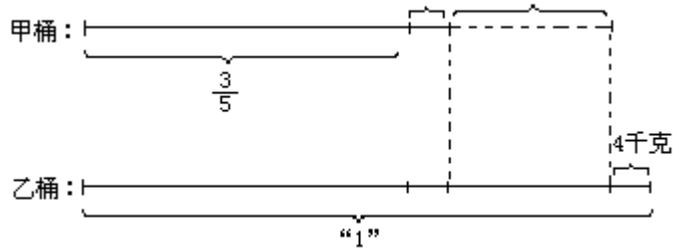
每瓶的重量：

$$\begin{aligned} & 1.5 \times (14 \div 2) \div 3 \\ &= 1.5 \times 7 \div 3 \\ &= 3.5 \text{ (千克)} \end{aligned}$$

答：每瓶杀虫药重 3.5 千克。

15. 有两桶油，甲桶比乙桶少 12 千克。如果再从甲桶向乙桶倒 4 千克，这时甲桶的油相当于乙桶的 $\frac{3}{5}$ 。甲、乙两桶原来各有多少千克油？

想：用线段图表示两桶油前后变化的数量关系：



从线段图中可看出：变化后甲桶的油比乙桶少 $(12+4+4)$ 千克，正是乙桶的 $(1-\frac{3}{5})$ ，由此可求出乙桶变化后油的重量。进而再求出甲乙两桶原来各有油的重量。

解：乙桶原有油：

$$(12+4+4) \div (1-\frac{3}{5}) - 4$$

$$= 20 \div \frac{2}{5} - 4$$

$$= 50 - 4 = 46 \text{ (千克)}$$

甲桶原有油：

$$46 - 12 = 34 \text{ (千克)}$$

答：甲桶原来有 34 千克油，乙桶原来有 46 千克油。

16. 五年级两个班共有学生 104 人，如果从甲班调 2 人到乙班，则两班人数的比是 6 : 7。两班原有人数各是多少？

想：根据已知条件，可知现在甲班占总人数的 $\frac{6}{6+7}$ ，乙班占 $\frac{7}{6+7}$ ，由此可求出甲、乙两班现在的人数。进而再求出两班原有人数。

解：6+7=13 (份)

甲班原有人数：

$$104 \times \frac{6}{6+7} + 2$$

$$= 48 + 2$$

$$= 50 \text{ (人)}$$

乙班原有人数：

$$104 \times \frac{7}{13} - 2$$

$$= 56 - 2$$

$$= 54 \text{ (人)}$$

答：甲班原有 50 人，乙班原有 54 人。

17. 一块合金内铜和锌的比是 2 : 3，现在再加入 6 克锌共得新合金 36 克。求新合金内铜和锌的比。

想：要求新合金内铜和锌的比，需要知道新合金内铜和锌各是多少。由已知条件知道，原来合金的重量是 $(36-6)$ 克，又知原合金铜和锌的比是 2 : 3，由此可求出原来铜和锌的重量，进而可知现在锌的重量。

解：铜的重量：

$$(36-6) \times \frac{2}{2+3}$$

$$= 30 \times \frac{2}{5}$$

$$= 12 \text{ (克)}$$

锌的重量：

$$(36-6) \times \frac{2}{2+3} + 6$$

$$= 30 \times \frac{3}{5} + 6$$

$$= 18 + 6$$

$$= 24 \text{ (克)}$$

铜和锌的重量的比： $12 : 24 = 1 : 2$

答：铜和锌重量的比是 $1 : 2$ 。

18. 有三本书，第一本的价钱比第二本贵 $\frac{1}{10}$ ，第二本比第三本便宜 $\frac{1}{5}$ ，第三本 2.5 元。第一本多少元？

想：要求第一本多少元，需求第二本的价钱，已知第二本比第三本便宜 $\frac{1}{5}$ 和第三本 2.5 元，可求出第二本的价钱。由第一本比第二本贵 $\frac{1}{10}$ ，便可求出第一本的价钱。

$$\text{解：} 2.5 \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) \times \left(1 + \frac{1}{10}\right)$$

$$= 2.5 \times \frac{4}{5} \times \frac{11}{10}$$

$$= 2.2 \text{ (元)}$$

答：第一本书的价钱是 2.2 元。

19. 李军的妈妈去商店买东西，买文具用去总钱数的 $\frac{1}{5}$ ，买衣服用去余下的 $\frac{4}{5}$ ，剩下的 4.8 元钱买了菜，妈妈买东西一共用去多少钱？

想：根据已知条件可知，4.8 元是买文具用去余下的 $\left(1 - \frac{4}{5}\right)$ ，由此可求出买文具后余下的钱。这个钱数又是总钱数的 $\left(1 - \frac{1}{5}\right)$ ，因此可求出总钱数。

$$\text{解：} 4.8 \div \left(1 - \frac{4}{5}\right) \div \left(1 - \frac{1}{5}\right)$$

$$= 4.8 \div \frac{1}{5} \div \frac{4}{5}$$

$$= 30 \text{ (元)}$$

答：一共用去 30 元钱。

20. 一辆客车和一辆货车同时从甲地开往乙地，客车和货车速度的比

是 $6\frac{5}{6}$ ，客车每小时行30千米，客车比货车早到 $1\frac{3}{5}$ 小时。甲乙两地相距多少千米？

想：根据已知条件可知，货车的速度是30千米的 $\frac{5}{6}$ 。再根据客车比货车早到 $1\frac{3}{5}$ 小时，可求出客车到乙地时比货车多行多少千米。由此可求出客车到乙地行的时间。最后便求出甲、乙两地相距多少千米。

解：货车的速度：

$$30 \times \frac{5}{6} = 25 \text{ (千米)}$$

客车到乙地行的时间：

$$30 \times 1\frac{3}{5} \div (30 - 25)$$

$$= 30 \times 1\frac{3}{5} \div 5$$

$$= 9\frac{3}{5} \text{ (小时)}$$

甲乙两地的距离：

$$30 \times 9\frac{3}{5} = 288 \text{ (千米)}$$

答：甲、乙两地相距 288 千米。

21. 某学校三、四、五年级共评出三好学生 60 人，三年级人数是四年级的 $\frac{4}{5}$ ，四年级人数是五年级的 $\frac{5}{6}$ ，三个年级各评出三好学生多少人？

想：由已知条件可知道，把五年级人数看作单位“1”，四年级人数是它的 $\frac{5}{6}$ ，三年级人数是它的 $(\frac{5}{6} \times \frac{4}{5})$ ，合起来是五年级人数的 $(1 + \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{4}{5})$ 倍，由此可求出五年级三好学生人数，再求三、四年级三好学生人数。

解：五年级三好学生人数：

$$60 \div (1 + \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{4}{5})$$

$$= 60 \div \frac{5}{2}$$

四年级三好学生人数：

$$24 \times \frac{5}{6} = 20 \text{ (人)}$$

三年级三好学生人数：

$$20 \times \frac{4}{5} = 16 \text{ (人)}$$

答：三、四、五年级分别有三好学生 16 人、20 人、24 人。

22. 一个人骑摩托车从甲城到乙城需要2天，第一天行了全程的 $\frac{1}{2}$ 多72千米，第二天行的路程等于第一天的 $\frac{1}{3}$ 。甲、乙两城相距多少千米？

想：已知第一天行了全程的 $\frac{1}{2}$ 多72千米，第二天行的路程等于第一天的 $\frac{1}{3}$ 。那么第二天行了全程的 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$ 多 $(72 \times \frac{1}{3})$ 千米，可知 $(72 + 72 \times \frac{1}{3})$ 千米是全程的 $(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3})$ ，由此可求出甲、乙两城相距多少千米。

$$\begin{aligned} \text{解：} & (72 + 72 \times \frac{1}{3}) \div (1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}) \\ & = (72 + 24) \div (1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{6}) \\ & = 96 \div \frac{1}{3} \\ & = 288 \text{ (千米)} \end{aligned}$$

答：甲、乙两城相距 288 千米。

(二) 灵活解答的应用题

1. 小梅的妈妈买了一批桃子，先把桃子的 $\frac{1}{3}$ 又8个送给爷爷，又把剩下的 $\frac{1}{2}$ 又5个给了小梅，妈妈还剩5个。妈妈共买了多少桃？

想：可以用倒推法来想。首先把给爷爷后剩下的桃看作单位“1”，那么妈妈剩的5个和小梅比 $\frac{1}{2}$ 多的5个合起来就是这个单位“1”的

$(1 - \frac{1}{2})$ ，由此可求出分给爷爷后剩下的桃子数。用同样方法，可求出桃子的总数。

解：分给爷爷后还剩的桃子个数：

$$\begin{aligned} & (5 + 5) \div (1 - \frac{1}{2}) \\ & = 20 \text{ (个)} \end{aligned}$$

妈妈共买桃子数：

$$\begin{aligned} & (20 + 8) \div (1 - \frac{1}{3}) \\ & = 28 \div \frac{2}{3} \\ & = 42 \text{ (个)} \end{aligned}$$

答：妈妈共买 42 个桃。

2. 一个工程队承包一项工程，用 4 天完成了全工程的一半。为按期

完成任务，工效需提高 20%，还需要几天才能完成任务？

想：用4天完成了工程的一半，可知还剩的工作量是 $(1-\frac{1}{2})$ 。由前4天的工作效率和工效提高20%的条件，可求提高工效后的效率。然后即可求出完成剩下的一半工程需要的时间。

$$\begin{aligned} \text{解：} & (1-\frac{1}{2}) \div [\frac{1}{2} \div 4 \times (1+20\%)] \\ & = \frac{1}{2} [\frac{1}{2} \div 4 \times 1\frac{1}{5}] \\ & = \frac{1}{2} \div \frac{3}{20} \\ & = 3\frac{1}{3} \text{ (天)} \end{aligned}$$

答：还需要 $3\frac{1}{3}$ 天才能完成任务。

3. 甲乙两组共同加工一批服装，甲组单独做6天可完成。现两组合做，它们所加工套数的比是3:2，且知甲组比乙组多加工18套。求乙组每天加工多少套？

想：由乙知条件知道，甲组做总套数的 $\frac{3}{3+2}$ ，乙组做总套数的 $\frac{2}{3+2}$ ，再由甲组比乙组多加工18套，可先求出两组加工的总套数，再求出乙组加工的套数。又知甲组每天加工总套数的 $\frac{1}{6}$ ，可求出甲组加工总套数 $\frac{3}{3+2}$ 的时间，也就是乙组的工作时间，进而求出乙组每天加工的套数。

解：乙组加工总套数：

$$\begin{aligned} & 18 \div (\frac{3}{3+2} - \frac{2}{3+2}) \times \frac{2}{3+2} \\ & = 18 \div \frac{1}{5} \times \frac{2}{5} \\ & = 36 \text{ (套)} \end{aligned}$$

乙每天加工套数：

$$\begin{aligned} & 36 \div (\frac{3}{3+2} \div \frac{1}{6}) \\ & = 36 \div 3\frac{3}{5} \\ & = 10 \text{ (套)} \end{aligned}$$

答：乙组每天加工10套。

4. 一根铁丝，第一次用去全长的 $\frac{2}{5}$ ，第二次用去14米，剩下的与用去的长度的比是1:3，这根铁丝原来长多少米？

想：因剩下的与用去的比是1:3，可知用去的是这根铁丝的 $\frac{3}{1+3}$ ，又知第一次用去全长的 $\frac{2}{5}$ ，所以第二次用去的14米就是全长的 $(\frac{3}{1+3} - \frac{2}{5})$ ，

可求出这根铁丝长多少米。

$$\begin{aligned}\text{解：} & 14 \div \left(\frac{3}{1+3} - \frac{2}{5} \right) \\ & = 14 \div \frac{7}{20} \\ & = 40 \text{ (米)}\end{aligned}$$

答：这根铁丝原来长 40 米。

5. 张师傅计划 24 天加工完一批零件。由于改进操作技术，实际每天比原计划多加工 20%，这样可提前几天完成任务？

想：要求可提前几天完成任务，要先求实际用几天完成任务。把这批零件看作单位“1”，原计划每天完成 $\frac{1}{24}$ ，实际每天完成 $\frac{1}{24} \times (1+20\%)$ ，由此可先求出实际用的天数。再求提前的天数。

$$\begin{aligned}\text{解：} & 24 - 1 \div \left[\frac{1}{24} \times (1+20\%) \right] \\ & = 24 - 1 \div \left[\frac{1}{24} \times \frac{6}{5} \right] \\ & = 24 - 1 \div \frac{1}{20} \\ & = 4 \text{ (天)}\end{aligned}$$

答：可提前 4 天完成任务。

6. 商店有苹果和梨共 465 千克，如果卖出苹果的 $\frac{1}{4}$ 和梨的 $\frac{1}{5}$ 后，两种水果剩下的重量相等。求原有苹果、梨各多少千克？

想：由卖出苹果的 $\frac{1}{4}$ 和梨的 $\frac{1}{5}$ 后，两种水果剩下的重量相等可知：苹果的 $(1-\frac{1}{4})$ 等于梨的 $(1-\frac{1}{5})$ ，把苹果重量看作单位“1”，梨的重量是苹果的 $(1-\frac{1}{4}) \div (1-\frac{1}{5})$ 。所以两种水果的总重量相当于苹果的 $1 + (1-\frac{1}{4}) \div (1-\frac{1}{5})$ 。由此可先求出苹果的重量，再求出梨的重量。

解：苹果的重量：

$$\begin{aligned} & 465 \div \left[1 + \left(1 - \frac{1}{4} \right) \div \left(1 - \frac{1}{5} \right) \right] \\ & = 465 \div \left[1 + \frac{3}{4} \div \frac{4}{5} \right] \\ & = 465 \div 1\frac{15}{16} \\ & = 240 \text{ (千克)}\end{aligned}$$

梨的重量：

$$465 - 240 = 225 \text{ (千克)}$$

答：原有苹果 240 千克，梨 225 千克。

7. 小亮家有苹果和梨共110千克，取出苹果的 $\frac{1}{5}$ 和梨的 $\frac{1}{4}$ 共重25千克。小亮家原有苹果、梨各多少千克？

想：已知苹果的 $\frac{1}{5}$ 和梨的 $\frac{1}{4}$ 共25千克，如果也取出梨的 $\frac{1}{5}$ ，则苹果和梨共取出 $110 \times \frac{1}{5}$ 千克比实际取出的重量少，原因是少取了梨的 $(\frac{1}{4} - \frac{1}{5})$ 。由此可求出梨的重量，再求苹果的重量。

解：梨的重量：

$$\begin{aligned} & (25 - 110 \times \frac{1}{5}) \div (\frac{1}{4} - \frac{1}{5}) \\ &= 3 \div \frac{1}{20} \\ &= 60 \text{ (千克)} \end{aligned}$$

苹果的重量：

$$110 - 60 = 50 \text{ (千克)}$$

答：原有苹果 50 千克，梨 60 千克。

8. 有两筐桔子，第一筐桔子的重量是第二筐的 $\frac{7}{8}$ ，如果从第二筐中拿出 2 千克放入第一筐，则两筐桔子重量相等。这两筐桔子共重多少千克？

想：已知第一筐桔子是第二筐的 $\frac{7}{8}$ ，就是第一筐比第二筐少 $(1 - \frac{7}{8})$ ，而从第二筐拿出 2 千克，放入第一筐，则两筐重量相等，可知第一筐比第二筐少的 2×2 千克占第二筐的 $(1 - \frac{7}{8})$ 。由此可先求出第二筐重量，再求两筐一共的重量。

$$\begin{aligned} \text{解：} & 2 \times 2 \div (1 - \frac{7}{8}) \times (1 + \frac{7}{8}) \\ &= 2 \times 2 \div \frac{1}{8} \times \frac{15}{8} \\ &= 60 \text{ (千克)} \end{aligned}$$

答：两筐桔子共重 60 千克。

9. 某粮库上午运出全部存粮的 $\frac{1}{3}$ 又2000袋，下午又运进6000袋，这时粮库中存粮比原来少 $\frac{1}{6}$ 。原来粮库存粮多少袋？

想：根据题意知道，从 6000 袋中补入 2000 袋后，剩余袋数是全部存粮袋数的 $(\frac{1}{3} - \frac{1}{6})$ 。由此可求出原来存粮袋数。

$$\text{解：} (6000 - 2000) \div \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right)$$

$$= 4000 \div \frac{1}{6}$$

$$= 24000 \text{ (袋)}$$

答：原来粮库存粮 24000 袋。

10. 两根电线，一根长 21 米，另一根长 13 米，把两根电线都剪下同样长的一段后，短电线剩下的长度是长电线剩下长度的 $\frac{5}{13}$ 。剪下的一段长多少米？

想：两根电线都剪下同样长的一段后剩下的长度仍相差 $(21 - 13)$ 米，相差的长度是长电线剩下长度的 $(1 - \frac{5}{13})$ ，由此可求出长电线剪后剩下的长度，进而便可求出剪去的一段的长度。

$$\text{解：} 21 - (21 - 13) \div \left(1 - \frac{5}{13} \right)$$

$$= 21 - 8 \div \frac{8}{13}$$

$$= 21 - 13$$

$$= 8 \text{ (米)}$$

答：剪下的一段长 8 米。

11. 某农户承包的旱田和水田面积的比是 7 : 4，如果将 3.2 公顷旱田改为水田，则旱田和水田面积的比是 3 : 2，这个农户共承包地多少公顷？

想：因农户承包土地的总面积不变，把它看作单位“1”。原来旱田占总面积的 $\frac{7}{7+4}$ ，把 3.2 公顷改为水田后，旱田占总面积的 $\frac{3}{3+2}$ ，即 3.2 公顷是总面积的 $(\frac{7}{7+4} - \frac{3}{3+2})$ ，因此可求出总面积。

$$\text{解：} 3.2 \div \left(\frac{7}{7+4} - \frac{3}{3+2} \right)$$

$$= 3.2 \div \frac{2}{55}$$

$$= 88 \text{ (公顷)}$$

答：这个农户共承包地 88 公顷。

12. 商店里奶糖和水果糖单价的比是 8 : 5，按重量比为 2 : 3 把两种糖混合在一起，单价是每千克 12.4 元。两种糖原来单价各是多少？

想：由已知条件可知道，每千克混合糖中有奶糖 $\frac{2}{2+3}$ 千克，水果糖 $\frac{3}{2+3}$ 千克。又因奶糖与水果糖单价的比是 8 : 5，所以水果糖的单价是奶糖的 $\frac{5}{8}$ ，也就是每千克水果糖相当于 $\frac{5}{8}$ 千克奶糖。那么每千克混合糖中的 $\frac{3}{2+3}$ 千克水果糖相当于 $(\frac{3}{2+3} \times \frac{5}{8})$ 千克奶糖。由此求出奶糖的单

价后，再求水果糖的单价。

解：奶糖单价：

$$\begin{aligned} & 12.4 \div \left(\frac{2}{2+3} + \frac{3}{2+3} \times \frac{5}{8} \right) \\ &= 12.4 \div \frac{31}{40} \\ &= 16 \text{ (元)} \end{aligned}$$

水果糖单价：

$$16 \times \frac{5}{8} = 10 \text{ (元)}$$

答：奶糖单价 16 元，水果糖单价 10 元。

13. 一辆汽车从甲地开往乙地，又从乙地返回甲地，返回时把原速度提高 $\frac{1}{5}$ ，则只用 6 小时即到达甲地。汽车从甲地开往乙地时用了几小时？

想：根据返回时用 6 小时，知返回的速度为 $\frac{1}{6}$ ，它是从甲地到乙地速度的 $(1 + \frac{1}{5})$ ，可求出原速度，再求从甲地到乙地用的时间。

$$\begin{aligned} \text{解：} & 1 \div \left[\frac{1}{6} \div \left(1 + \frac{1}{5} \right) \right] \\ &= 1 \div \left[\frac{1}{6} \div \frac{6}{5} \right] \\ &= 1 \div \frac{5}{36} \\ &= 7\frac{1}{5} \text{ (小时)} \end{aligned}$$

答：从甲地到乙地用了 $7\frac{1}{5}$ 小时。

14. 某小学有教师 156 人，选出女教师 12 人，和男教师的 $\frac{1}{11}$ 参加书法比赛，剩下的女教师人数是剩下的男教师人数的 $\frac{1}{2}$ 。求这个学校男女教师各有多少人？

想：根据男教师的 $\frac{1}{11}$ 参加比赛，可知男教师剩下 $(1 - \frac{1}{11})$ 。又知剩下的女教师是剩下男教师的 $\frac{1}{2}$ ，可推出相当于男教师的 $(1 - \frac{1}{11}) \times \frac{1}{2}$ ，那么全体男教师和剩下的女教师人数就是男教师人数的 $[1 + (1 - \frac{1}{11}) \times \frac{1}{2}]$ ，由此可先求出男教师人数，再求女教师人数。

解：男教师人数：

$$\begin{aligned}
& (156-12) \div [1 + (1 - \frac{1}{11}) \times \frac{1}{2}] \\
& = 144 \div [1 + \frac{10}{11} \times \frac{1}{2}] \\
& = 144 \div 1\frac{5}{11} \\
& = 99 \text{ (人)}
\end{aligned}$$

女教师：

$$156 - 99 = 57 \text{ (人)}$$

答：这个学校有男教师 99 人，女教师 57 人。

15. 三种动物赛跑，狐狸的速度是兔子的 $\frac{2}{3}$ ，兔子的速度是松鼠的 2 倍。

1 分钟松鼠比狐狸少跑 14 米。那么半分钟兔子比狐狸多跑多少米？

想：因兔子的速度是松鼠的 2 倍，即松鼠的速度是兔子的 $\frac{1}{2}$ 。而狐狸的速度是兔子的 $\frac{2}{3}$ ，所以 1 分钟松鼠比狐狸少跑的 14 米，就是兔子速度的 $(\frac{2}{3} - \frac{1}{2})$ ，由此可求出兔子 1 分钟的速度。而兔子 1 分钟比狐狸快 $(1 - \frac{2}{3})$ ，即可求出半分钟多跑多少米。

解：兔子每分钟跑的米数：

$$14 \div (\frac{2}{3} - \frac{1}{2})$$

$$14 \div \frac{1}{6}$$

$$= 84 \text{ (米)}$$

半分钟兔子比狐狸多跑多少米：

$$84 \times (1 - \frac{2}{3}) \times \frac{1}{2}$$

$$= 84 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$= 14 \text{ (米)}$$

答：半分钟兔子比狐狸多跑 14 米。

16. 有三块布共长 96 米，第一块布的长度是第二块长度的 $\frac{1}{3}$ ，是第三块长度的 $\frac{1}{4}$ 。求这三块布每块长多少米？

想：把“第一块布的长度是第二块长度的 $\frac{1}{3}$ ，是第三块长度的 $\frac{1}{4}$ ”转化成“第二块布是第一块的 3 倍，第三块布是第一块的 4 倍”，问题就很容易解决了。

解：第一块长：

$$96 \div (1 + 3 + 4) = 12 \text{ (米)}$$

第二块长：

$$12 \times 3 = 36 \text{ (米)}$$

第三块长：

$$12 \times 4 = 48 \text{ (米)}$$

答：第一块布长 12 米，第二块布长 36 米，第三块布长 48 米。

17. 挖一条水渠，10天挖了300米，刚好是全长的 $\frac{1}{9}$ ，照这样计算，挖完这条水渠需用多少天？

想：（1）先求出全长多少米和每天挖多少米，然后求挖完这条水渠要用的天数。

$$\text{解：} 300 \div \frac{1}{9} \div (300 \div 10) = 90 \text{ (天)}$$

想：（2）由题意知，10天挖了全长的 $\frac{1}{9}$ 。根据分数除法的意义，可以直接求出挖完这条水渠需用的天数。

$$\text{解：} 10 \div \frac{1}{9} = 90 \text{ (天)}$$

答：挖完这条水渠要用 90 天。

18. 某工程队计划修一条1600米的公路，前5天修了全长的 $\frac{1}{5}$ ，照这样计算，修完这条公路，还需要多少天？

想：（1）先求还需修多少米和每天修多少米，然后再求出还需要多少天？

$$\text{解：} 1600 \times (1 - \frac{1}{5}) \div (1600 \times \frac{1}{5} \div 5) = 20 \text{ (天)}$$

想：（2）由“5天修了全长的 $\frac{1}{5}$ ”，根据分数除法的意义，可以求出一共需要的天数，再求还要用的天数。

$$\text{解：} 5 \div \frac{1}{5} - 5 = 20 \text{ (天)}$$

答：修完这条公路还需要 20 天。

19. 某车间原计划每天生产 750 个零件，20 天完成任务。实际每天比原计划多生产 $\frac{1}{3}$ ，照这样计算，可以提前几天完成任务？

想：根据题意可知零件的个数是 750×20 ，实际每天生产的个数是 $750 \times (1 + \frac{1}{3})$ 。先求出实际用的天数，再求提前的天数。

$$\text{解：} 20 - 750 \times 20 \div [750 \times (1 + \frac{1}{3})] = 5 \text{ (天)}$$

答：可以提前 5 天完成任务。

20. 甲乙两地有公路相连，李华骑摩托车从甲地到乙地，需要 1 小时；王明骑自行车从乙地到甲地需要 3 小时。照这样的速度，两人分别从两地同时相向出发，经过几小时在途中相遇？

想：把全程看作“1”，王明每小时行全程的 $\frac{1}{3}$ ，两人的速度和是 $1 + \frac{1}{3}$ 。

解： $1 \div (1 + \frac{1}{3}) = \frac{3}{4}$ (小时)

答：经过 $\frac{3}{4}$ 时两人相遇。

21. 一列客车和一列货车相向而行，客车每分钟行 1.4 千米，货车每分钟行 0.85 千米。客车车长 600 米，货车车长 1200 米。在行进中从两车相遇到两车离开要用多少分？

想：从两车相遇到两车离开，两车所行的路程是两车车长之和，即 (600+1200) 米，速度之和是 (1.4+0.85) 千米。化成同一单位后，就可求得所需的时间。

解： $600+1200 = 1800$ (米)

$1800 \text{ 米} = 1.8 \text{ 千米}$

$1.8 \div (1.4+0.85) = 0.8$ (分)

答：从两车相遇到离开需 0.8 分。

22. 仓库里有大米 180 袋。第一次取出总袋数的 $\frac{1}{4}$ ，第二次取出的比第一次的 $\frac{1}{3}$ 还多 2 袋。第二次取出多少袋？

想：要求第二次取出多少袋，必须先求出第一次取出多少袋，根据题意第一次取出 ($180 \times \frac{1}{4}$) 袋，又知第二次比第一次的 $\frac{1}{3}$ 还多 2 袋，就可求出第二次取的袋数。

解： $180 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} + 2 = 17$ (袋)

答：第二次取出 17 袋。

23. 有一块布，做裤子用去 $\frac{1}{4}$ ，做衬衣比做裤子多用 $\frac{1}{10}$ ，做裤子和衬衣一共用去 14.7 米。这块布原来有多少米？

想：把一块布的总长看作单位“1”，做裤子用去 $\frac{1}{4}$ ，做衬衣用去这块布的 $\frac{1}{4} \times (1 + \frac{1}{10})$ ，做裤子和做衬衣共用去 $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times (1 + \frac{1}{10})$ ，又知做裤子和衬衣一共用去 14.7 米。由此可求出这块布原来的米数。

解： $14.7 \div [\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times (1 + \frac{1}{10})] = 28$ (米)

答：这块布原来有 28 米。

24. 食堂有面粉 480 千克，第一天用去了 $\frac{1}{4}$ ，第二天用去了余下的 $\frac{1}{6}$ ，还有面粉多少千克？

想：第一天用去了 $\frac{1}{4}$ 后，还剩总数的 $(1 - \frac{1}{4})$ ，又知第二天用去了余下的 $\frac{1}{6}$ ，可想到第二天用去后还剩总数的 $(1 - \frac{1}{4}) \times (1 - \frac{1}{6})$ 。

解： $480 \times (1 - \frac{1}{4}) \times (1 - \frac{1}{6}) = 300$ (千克)

答：还有面粉 300 千克。

25. 商店买来红、黄、白三种皮球共 630 个，红皮球占 $\frac{2}{7}$ ，黄皮球的个数是白皮球的 $\frac{7}{8}$ 。黄皮球有多少个？

想：由红皮球占 $\frac{2}{7}$ ，可知黄、白皮球总个数占 630 个的 $(1 - \frac{2}{7})$ ，又知黄皮球的个数是白皮球的 $\frac{7}{8}$ ，可求出黄皮球占黄、白球总个数的 $\frac{7}{7+8}$ 。

$$\text{解：} 630 \times (1 - \frac{2}{7}) \times \frac{7}{7+8} = 210 \text{ (个)}$$

答：黄皮球 210 个。

26. 李大爷把 200 千克黄瓜运到集市上去卖，其中的 $\frac{3}{4}$ 按每千克 1.6 元卖出，剩下的打八折卖出。这些黄瓜一共卖了多少元？

想：200 千克的 $\frac{3}{4}$ 卖的钱数与剩下的打八折卖的钱数，合起来就是一共卖出的钱。

$$\begin{aligned} \text{解：} & 1.6 \times (200 \times \frac{3}{4}) + 1.6 \times [200 \times (1 - \frac{3}{4}) \times 80\%] \\ & = 240 + 64 \\ & = 304 \text{ (元)} \end{aligned}$$

答：这些黄瓜一共卖出 304 元。

27. 工程队计划 40 天修一段公路。实际每天比原计划多修 25%，这样可以提前几天修完？

想：把这段公路看作单位“1”，计划 40 天修完，每天就修了这段公路的 $\frac{1}{40}$ ，实际每天修这段公路的 $\frac{1}{40} \times (1 + 25\%)$ 。

解：实际修路的天数：

$$1 \div [\frac{1}{40} \times (1 + 25\%)] = 32 \text{ (天)}$$

提前完成的天数：

$$40 - 32 = 8 \text{ (天)}$$

答：可以提前 8 天完成。

28. 某车间女工人数是男工人数的 $\frac{3}{4}$ ，由于实际需要，调出一名女工，这时女工人数与男工人数的比是 5 : 7。这个车间有男工多少人？

想：调出一名女工后，女工与男工人数的比是 5 : 7，转化成分数是 $\frac{5}{7}$ ，又知调出一名女工前，女工占男工的 $\frac{3}{4}$ 。由此可知 1 名女工占男工人数的 $(\frac{3}{4} - \frac{5}{7})$ 。

$$\begin{aligned} \text{解：} & 1 \div \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{7} \right) \\ & = 1 \div \frac{1}{28} \\ & = 28 \text{ (人)} \end{aligned}$$

答：这个车间有男工 28 人。

29. 甲乙两人共同加工完一批零件，甲加工了总数的 $\frac{2}{5}$ ，乙加工的零件数比甲的一半多 6 个。甲乙二人各加工多少个零件？

想：把这批零件的个数看作单位“1”，6 个零件相当于单位“1”的 $\left[\left(1 - \frac{2}{5} \right) - \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} \right]$ 。求出总个数，再求甲、乙各加工的个数。

解：这批零件的总个数：

$$\begin{aligned} & 6 \div \left[\left(1 - \frac{2}{5} \right) - \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} \right] \\ & = 6 \div \left[\frac{3}{5} - \frac{1}{5} \right] \\ & = 6 \div \frac{2}{5} \\ & = 15 \text{ (个)} \end{aligned}$$

甲加工零件个数：

$$15 \times \frac{2}{5} = 6 \text{ (个)}$$

乙加工零件个数：

$$15 - 6 = 9 \text{ (个)}$$

答：甲加工 6 个零件，乙加工 9 个零件。

30. 有两袋农药，从甲袋取出 $\frac{3}{4}$ ，从乙袋取出 $\frac{1}{3}$ 后，两袋的重量相等。已知甲袋原有农药 400 克，乙袋原有农药多少克？

想：由已知条件可推出，乙袋重量是甲袋重量的 $\left(1 - \frac{3}{4} \right) \div \left(1 - \frac{1}{3} \right)$ ，甲袋原有重量是 400 克，便可求出乙袋的重量。

$$\begin{aligned} \text{解：} & 400 \times \left[\left(1 - \frac{3}{4} \right) \div \left(1 - \frac{1}{3} \right) \right] \\ & = 400 \times \left[\frac{1}{4} \div \frac{2}{3} \right] \\ & = 400 \times \frac{3}{8} \\ & = 150 \text{ (克)} \end{aligned}$$

答：乙袋原有农药 150 克。

31. 两袋米共重 110 千克，甲袋用去 $\frac{1}{3}$ ，乙袋用去 10 千克，剩下的重量相等。原来各重多少千克？

想：由题意知，乙袋用去10千克后，正好相当于甲袋的 $(1-\frac{1}{3})$ ，那么 $(110-10)$ 千克相当于甲的 $[1+(1-\frac{1}{3})]$ 倍。由此可先求出甲袋的重量，再求出乙袋的重量。

解：甲袋的重量：

$$\begin{aligned} & (110-10) \div [1+(1-\frac{1}{3})] \\ & = 100 \div [1+\frac{2}{3}] \\ & = 100 \div 1\frac{2}{3} \\ & = 60 \text{ (千克)} \end{aligned}$$

乙袋的重量：

$$110-60=50 \text{ (千克)}$$

答：原来甲袋重 60 千克，乙袋重 50 千克。

32. 一项工程，甲乙两队共同合作8天完成全工程的 $\frac{2}{5}$ 。余下的工程由甲队单独完成要 36 天，乙队单独完成需要多少天？

想：把这项工程看作单位“1”，由条件知，甲乙合做的工作效率是 $\frac{2}{5} \div 8$ ，甲的工作效率是 $(1-\frac{2}{5}) \div 36$ 。由此可求出乙的工作效率。

$$\begin{aligned} \text{解：} & 1 \div [\frac{2}{5} \div 8 - (1-\frac{2}{5}) \div 36] \\ & = 30 \text{ (天)} \end{aligned}$$

答：乙队单独完成需 30 天。

33. 一项工作，甲独做8天可以完成，乙独做3天可以完成 $\frac{1}{4}$ 。甲乙合做几天可以完成这项工程的 $\frac{1}{2}$ ？

想：由题意知，甲的工作效率是 $\frac{1}{8}$ ，乙的工作效率是 $\frac{1}{4} \div 3$ ，由此可求出合作完成 $\frac{1}{2}$ 的天数。

$$\text{解：} \frac{1}{2} \div (\frac{1}{8} + \frac{1}{4} \div 3) = 2.4 \text{ (天)}$$

答：甲乙合做2.4天可以完成这项工程的 $\frac{1}{2}$ 。

34. 做一批零件，甲单独做要用 8 小时完成，乙在相同的时间内只能做这批零件的 $\frac{3}{4}$ 。现在甲乙合做3小时后，剩下的由甲来做，还需做几小时？

想：本题关键是要知道乙的工作效率。由已知条件可推出，乙 8 小

时做了这批零件的 $\frac{3}{4}$ ，因此，乙的工作效率就是 $\frac{3}{4} \div 8$ 。

$$\begin{aligned}\text{解：} & [1 - (\frac{1}{8} + \frac{3}{4} \div 8) \times 3] \div \frac{1}{8} \\ & = [1 - \frac{21}{32}] \div \frac{1}{8} \\ & = 2\frac{3}{4} \text{ (小时)}\end{aligned}$$

答：剩下的甲还需做 $2\frac{3}{4}$ 小时。

35. 甲工人每小时加工 200 个零件，乙工人每小时加工 150 个同样的零件。他们加工同样多的一批零件，甲比乙提前 4 小时完成。各加工多少个零件？

想：把甲、乙二人每小时所加工零件个数转化为加工每个零件所需要的时间，就可求出各加工零件的个数。

$$\text{解：} 4 \div (\frac{1}{150} - \frac{1}{200}) = 2400 \text{ (个)}$$

答：各加工 2400 个零件。

36. 甲乙两人钱数的比是 16 : 3，如果甲给乙 20 元，那么甲乙两人钱数的比是 12 : 7，甲乙二人共有多少钱？

想：把甲乙两人的总钱数看作单位“1”，原来甲占总钱数的 $\frac{16}{16+3}$ ，而甲给乙20元后，甲占总钱数的 $\frac{12}{12+7}$ ，可知，总钱数的 $(\frac{16}{19} - \frac{12}{19})$ 是20元。

$$\text{解：} 20 \div (\frac{16}{16+3} - \frac{12}{12+7}) = 95 \text{ (元)}$$

答：甲乙两人共有钱 95 元。

37. 甲乙两仓库共存水泥520袋，现从甲仓库中运走 $\frac{1}{3}$ ，从乙仓库中运走 $\frac{1}{4}$ 后，两个仓库还剩370袋。甲乙两个仓库中原来各有水泥多少袋？

想：假设从甲乙两仓都运走 $\frac{1}{4}$ ，则应剩 $520 \times (1 - \frac{1}{4})$ 袋，这样就比原来多剩 $520 \times (1 - \frac{1}{4}) - 370$ 袋。由题意知多剩袋数正好是甲仓的 $\frac{1}{3}$ 与 $\frac{1}{4}$ 的差。由此可求出甲仓库水泥的袋数。

解：甲仓库水泥袋数：

$$[520 \times (1 - \frac{1}{4}) - 370] \div (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) = 240 \text{ (袋)}$$

乙仓库水泥袋数：

$$520 - 240 = 280 \text{ (袋)}$$

答：甲仓原有 240 袋，乙仓原有 280 袋。

38. 五年级原有学生240人，其中女生占 $\frac{7}{12}$ 。后来转来了几名女生，这样女生占总人数的 $\frac{3}{5}$ ，问转来了多少名女生？

想：因为男生人数不变，根据男生原来占总人数的 $(1-\frac{7}{12})$ ，可求出男生的人数，转来了几名女生后，男生人数占总人数的 $(1-\frac{3}{5})$ ，这样可以求出后来的总人数。由两个总人数的差，可求出转来女生人数。

解：原来男生人数：

$$240 \times (1 - \frac{7}{12}) = 240 \times \frac{5}{12} = 100 \text{ (人)}$$

后来全班人数：

$$100 \div (1 - \frac{3}{5}) = 100 \div \frac{2}{5} = 250 \text{ (人)}$$

转来女生人数：

$$250 - 240 = 10 \text{ (人)}$$

答：转来了10名女生。

39. 现有含药80%的药液20千克，要配成含药5%的药水，需要加入清水多少千克？

想：先求20千克药液的含药量，再求配成含药5%的药水的重量，然后去掉原来药液的重量，就是要加入清水的重量。

$$\begin{aligned} \text{解：} & 20 \times 80\% \div 5\% - 20 \\ & = 320 - 20 \\ & = 300 \text{ (千克)} \end{aligned}$$

答：需要加入清水300千克。

40. 山顶上有一株桃树。一只猴子偷吃桃子，第一天偷吃了 $\frac{1}{5}$ ，以后三天，分别偷吃了当天桃子个数的 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{2}$ 。偷吃了4天后，树上只剩下10个桃子。树上原有多少个桃子？

想：由题意知，二天前桃子有 $10 \div (1 - \frac{1}{2})$ 个，三天前有 $10 \div (1 - \frac{1}{2}) \div (1 - \frac{1}{3})$ 个，以此类推。

解：二天前的桃子个数：

$$10 \div (1 - \frac{1}{2}) = 10 \div \frac{1}{2} = 20 \text{ (个)}$$

三天前的桃子个数：

$$20 \div (1 - \frac{1}{3}) = 20 \div \frac{2}{3} = 30 \text{ (个)}$$

四天前桃子个数：

$$30 \div (1 - \frac{1}{4}) = 30 \div \frac{3}{4} = 40 \text{ (个)}$$

树上原有桃子个数：

$$40 \div \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 40 \div \frac{4}{5} = 50 \text{ (个)}$$

答：树上原有 50 个桃子。

41. 时钟从 5 时正开始，再经过多少分，时针正好与分针重合？

想：时钟 5 时正时，分针与时针相距 25 个小格，又知分针走 1 小格时，时针就走 $\frac{1}{12}$ 小格，由此可理解成经过几分分针追上时针。

$$\text{解：} 25 \div \left(1 - \frac{1}{12}\right) = 27 \frac{3}{11} \text{ (分)}$$

答：再经过 $27 \frac{3}{11}$ 分，时针与分针重合。

(三) 综合性强的应用题

1. 甲乙两人加工一批零件，甲每小时加工 36 个，乙每小时加工 42 个，两人先后开工，到共同完成任务时，甲比乙多做 48 个。已知甲做了 6 小时，问甲乙两人中谁提前了几小时开工？

想：先求 6 小时内甲工作总量，再求乙的工作总量，用甲乙工作时间进行比较即可得出最后答案。

$$\begin{aligned} \text{解：} & (36 \times 6 - 48) \div 42 \\ & = 168 \div 42 \\ & = 4 \text{ (小时)} \end{aligned}$$

$$6 \text{ 小时} - 4 \text{ 小时} = 2 \text{ 小时}$$

答：甲提前开工了 2 小时。

2. 明星浴池运进一批煤，第一天烧去总重的 20% 多 500 千克，第二天烧去余下的 20% 多 500 千克，还剩下 500 千克。这堆煤共多少千克？

想：先把第一天烧后剩下的煤看作单位“1”求出千克数，再把这堆煤看作单位“1”，那么，第一天烧后剩下的千克数与 500 千克的和就是全堆煤的 $(1 - 20\%)$ ，这时就可求出全堆煤的重量。

$$\begin{aligned} \text{解：第一天烧后剩下的重量：} \\ & (500 + 500) \div (1 - 20\%) \\ & = 1000 \div 80\% \\ & = 1250 \text{ (千克)} \end{aligned}$$

这堆煤总重量：

$$\begin{aligned} & (1250 + 500) \div (1 - 20\%) \\ & = 1750 \div 80\% \\ & = 2187.5 \text{ (千克)} \end{aligned}$$

答：这堆煤共 2187.5 千克。

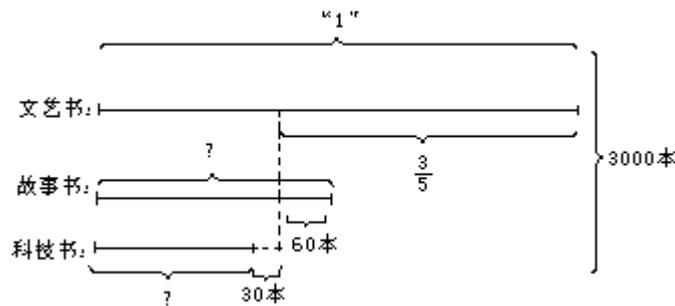
3. 红光服装店运进一批服装，每件成本 40 元，售价为 90 元。当卖出一半时，不仅收回全部成本，还盈利 600 元，这批服装一共多少件？

想：据题意当服装卖出一半时，可以把每件售价看作 $(90 \times \frac{1}{2})$ 元，再由盈利钱数及看作售价与成本的差求出服装件数。

$$\begin{aligned}
 \text{解：} & 600 \div \left(90 \times \frac{1}{2} - 40 \right) \\
 & = 600 \div (45 - 40) \\
 & = 600 \div 5 \\
 & = 120 \text{ (件)}
 \end{aligned}$$

答：这批服装一共有 120 件。

4. 育华小学图书室原存文艺书、故事书和科技书共 3000 册。当借出文艺书总数的 $\frac{3}{5}$ 和 60 本故事书以后，又买来 30 本科技书，这时三种书的本数恰好相等。问图书室原存文艺书、故事书和科技书各多少本？
想：



如图所示，把文艺书看作单位“1”，从故事书里去掉 60 本，科技书补上 30 本，则故事书和科技书这时各相当于文艺书的 $(1 - \frac{3}{5})$ ，由变化后的总量及它对应的分数可先求出原文艺书本数。

$$\text{解：} (3000 - 60 + 30) \div [1 + (1 - \frac{3}{5}) \times 2]$$

$$= 2970 \div [1 + \frac{2}{5} \times 2]$$

$$= 2970 \div \frac{14}{5}$$

$$= 1650 \text{ (本) 故事书：}$$

$$1650 \times (1 - \frac{3}{5}) + 60$$

$$= 1650 \times \frac{2}{5} + 60$$

$$= 660 + 60$$

$$= 720 \text{ (本)}$$

科技书：

$$1650 \times (1 - \frac{3}{5}) - 30$$

$$= 1650 \times \frac{2}{5} - 30$$

$$= 660 - 30$$

$$= 630 \text{ (本)}$$

答：文艺书 1650 本，故事书 720 本，科技书 630 本。

5. 一批零件，甲单独加工用 10 小时完成，乙单独加工用 15 小时完成。现在两人合做 2 小时后，所剩的 80 个零件由乙完成，乙一共做了多少个零件？

想：把这批零件总工作量看作单位“1”，从“1”里去掉甲乙两人合做 2 小时所占的分数，就是 80 的对应分数，由此可先求出总工作量，再求乙一共做的件数。

$$\begin{aligned} \text{解：} & 80 \div [1 - (\frac{1}{10} + \frac{1}{15}) \times 2] \times \frac{1}{15} \times 2 + 80 \\ & = 80 \div [1 - \frac{1}{6} \times 2] \times \frac{1}{15} \times 2 + 80 \\ & = 80 \div \frac{2}{3} \times \frac{1}{15} \times 2 + 80 \\ & = 16 + 80 \\ & = 96 \text{ (个)} \end{aligned}$$

答：乙一共做了 96 个零件。

6. 红光化肥厂 1996 年平均每月生产化肥 125 吨，97 年头三个季度的产量就比 96 年全年的产量还多 183 吨。97 年的平均月产量比 96 年增产百分之几？

想：先求 97 年平均月产量，再求 97 年的平均月产量比 96 年增产的百分率。

$$\begin{aligned} \text{解：} & \text{97 年平均月产量：} \\ & (125 \times 12 + 183) \div 9 \\ & = (1500 + 183) \div 9 \\ & = 1683 \div 9 \\ & = 187 \text{ (吨)} \\ & \text{97 年平均月产量比 96 年增产百分之几？} \\ & (187 - 125) \div 125 \\ & = 62 \div 125 \\ & = 0.496 \\ & = 49.6\% \end{aligned}$$

答：97 年平均月产量比 96 年增产 49.6%。

7. 农民李大伯在承包的地里种粮食、油料和蔬菜三种作物。粮食作物的公亩数占总公亩数的 $\frac{2}{5}$ ，油料作物的公亩数与蔬菜作物的公亩数之比是 2 : 3，种的蔬菜比粮食作物少 1.5 公亩。李大伯共承包了多少公亩土地？

想：把总公亩数看作单位“1”，则油料和蔬菜两种作物共占 $(1 - \frac{2}{5})$ ，据这两种作物公亩数之比，可先求出蔬菜占总公亩数的几分之几，然后找出 1.5 公亩的对应分数，便可求出最后答案。

解：蔬菜占总公亩数的分数：

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{2}{5}\right) \times \frac{3}{2+3} \\ &= \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \\ &= \frac{9}{25} \end{aligned}$$

总公亩数：

$$= 37.5 \text{ (公亩)}$$

答：李大伯共承包了 37.5 公亩土地。

8. 某厂甲仓库原有货物 50 吨，现在从甲仓库中运出 $\frac{1}{10}$ 到乙仓后，这时甲仓库中货物比乙仓库的 92% 还少 1 吨。求乙仓库原有货物多少吨？

想：由甲仓货物的 $\left(1 - \frac{1}{10}\right)$ 再加上 1 吨正好等于乙仓现有货物的 92%，可先求出乙仓现有货物重量，进而求出乙仓原存货物重量。

$$\begin{aligned} \text{解：} & [50 \times \left(1 - \frac{1}{10}\right) + 1] \div 92\% - 50 \times \frac{1}{10} \\ &= [50 \times \frac{9}{10} + 1] \div 92\% - 50 \times \frac{1}{10} \\ &= 46 \div 92\% - 50 \times \frac{1}{10} \\ &= 50 - 5 \\ &= 45 \text{ (吨)} \end{aligned}$$

答：乙仓库原有货物 45 吨。

9. 两根绳子共长 39 米，如果第一根绳子增加它的 $\frac{1}{4}$ ，第二根绳子减少它的 $\frac{1}{5}$ ，这时第二根绳长是第一根的 $\frac{2}{5}$ 。两根绳长原来各多少米？

想：把第一根绳长看作单位“1”，据题意中如果第一根绳子增加它的 $\frac{1}{4}$ ，第二根绳子减少它的 $\frac{1}{5}$ ，这时第二根绳长就是第一根的 $\left(1 + \frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{5}$ ，也就是原长的 $\left(1 - \frac{1}{5}\right)$ 由此可求出第二根绳原长是第一根绳原长的几分之几，进而求出第一根原长是多少。

解：第二根绳长占第一根绳长的几分之几：

$$\begin{aligned} & \left[\left(1 + \frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{5}\right] \div \left(1 - \frac{1}{5}\right) \\ &= \left[1\frac{1}{4} \times \frac{2}{5}\right] \div \frac{4}{5} \\ &= \frac{1}{2} \div \frac{4}{5} = \frac{5}{8} \end{aligned}$$

第一根绳长：

$$39 \div \left(1 + \frac{5}{8}\right)$$

$$= 39 \div 1\frac{5}{8}$$

$$= 24 \text{ (米)}$$

第二根绳长：

$$39 - 24 = 15 \text{ (米)}$$

答：第一根绳子原来长 24 米，第二根绳子原来长 15 米。

10. 甲乙两辆汽车的速度比是 9 : 7，如果甲乙两车同时分别从 A 和 B 两地沿同一公路同向而行，甲车追上乙车要用 6 小时。如果两车同时分别从 AB 两地相向而行，多少小时相遇？

想：据题意可把甲速看作单位“1”，乙速则是甲的 $\frac{7}{9}$ ，当甲车追上乙车时，甲比乙多行的路程，就是 AB 两地的距离。由甲车追上乙车要用 6 小时，可先求出看作的“路程”，进而求相遇的时间。

解：A 到 B 看作的路程：

$$\left(1 - \frac{7}{9}\right) \times 6 = \frac{4}{3}$$

相遇时间：

$$\frac{4}{3} \div \left(1 + \frac{7}{9}\right)$$

$$= \frac{4}{3} \div 1\frac{7}{9}$$

$$= \frac{3}{4} \text{ (小时)}$$

答：甲乙两车 $\frac{3}{4}$ 小时后相遇。

11. 学校组织一次书法比赛，参赛人数不足 50 人。比赛结果，获一等奖的人数与总人数的比是 $\frac{1}{7}$ ，获二等奖的人数与总人数的比是 $\frac{1}{6}$ ；获三等奖的人数与总人数的比是 $\frac{2}{7}$ 。问没获奖的有多少人？

想：据题意可知参赛人数必然是 6 和 7 的公倍数，且不足 50 人，由此可求出不获奖人数。

解：6 和 7 的最小公倍数是 42，42 符合题里条件，即参赛人数为 42 人。

没获奖人数：

$$42 \times \left(1 - \frac{1}{7} - \frac{1}{6} - \frac{2}{7}\right)$$

$$= 42 \times \frac{17}{42}$$

$$= 17 \text{ (人)}$$

答：没获奖的有 17 人。

12. 李伟开车以每小时 40 千米的速度从甲地经过 4 小时到达乙地，返回时因是上坡路且逆风而行，速度比原来降低了 $\frac{1}{3}$ 。李伟往返一次平

均每小时行多少千米？

想：要想求往返一次平均速度，必须先求往返的总路程和总时间。

解：往返的总路程：

$$40 \times 4 \times 2 \\ = 320 \text{ (千米)}$$

往返的总时间：

$$4 \div \left(1 - \frac{1}{3}\right) + 4$$

$$= 4 \div \frac{2}{3} + 4$$

$$= 6 + 4$$

$$= 10 \text{ (小时)}$$

往返的平均速度：

$$320 \div 10 = 32 \text{ (千米)}$$

答：李伟往返一次平均每小时行 32 千米。

13. 兴华商店用每千克 7 元的甲种糖和每千克 5 元的乙种糖混合制成每千克 6.2 元的 100 千克什锦糖。问甲乙两种糖各需多少千克？

想：先求混合糖 100 千克的总价。再用假设法求得甲乙两种糖各需的千克数。

解：混合糖的总价：

$$6.2 \times 100 = 620 \text{ (元)}$$

甲种糖所需重量：

$$(620 - 5 \times 100) \div (7 - 5) \\ = 120 \div 2$$

$$= 60 \text{ (千克)}$$

乙种糖所需重量：

$$(7 \times 100 - 620) \div (7 - 5) \\ = 80 \div 2$$

$$= 40 \text{ (千克)}$$

答：甲、乙两种糖各需 60 千克、40 千克。

14. 爷爷比小芳大的岁数是他自己年龄的 $\frac{5}{6}$ ，爸爸比小芳大的岁数

是他自己年龄的 $\frac{3}{4}$ ，姑姑比小芳大的岁数是她自己年龄的 $\frac{2}{3}$ 。爷爷、爸爸和姑姑他们年龄和是 156 岁，小芳的年龄是多少？

想：由爷爷比小芳大的岁数是他自己年龄的 $\frac{5}{6}$ ，求出爷爷的年龄是小芳的几倍，同理可求出爸爸、姑姑的年龄各是小芳年龄的倍数。

解：爷爷是小芳年龄的倍数：

$$1 \div \left(1 - \frac{5}{6}\right) = 6$$

爸爸是小芳年龄的倍数：

$$1 \div \left(1 - \frac{3}{4}\right) = 4$$

姑姑是小芳年龄的倍数：

$$1 \div \left(1 - \frac{2}{3}\right) = 3$$

小芳年龄：

$$156 \div (6+4+3) = 12 \text{ (岁)}$$

答：小芳的年龄是 12 岁。

15. 树上有一群鸟，第一次飞走的是余下的 $\frac{3}{7}$ ，第二次飞走 34 只，两次飞走的只数比原来的只数的 $\frac{3}{5}$ 少 2 只。树上原有鸟多少只？

想：把这群鸟的只数看作单位“1”，由第一次飞走的是余下的 $\frac{3}{7}$ 可得出，第一天飞走的占单位“1”的 $\frac{3}{3+7}$ ，给两次飞走的只数补上 2 只就占 $\frac{3}{5}$ ，由此可求出原来鸟的只数。

$$\text{解：} (34 + 2) \div \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{3+7}\right)$$

$$= 36 \div \frac{3}{10}$$

$$= 120 \text{ (只)}$$

答：树上原有鸟 120 只。

16. 一条绳子，第一次剪去 $2\frac{3}{4}$ 米，是第二次剪去的一半，第三次剪去余下的 $\frac{1}{5}$ ，还剩下 1.4 米。这条绳子长多少米？

想：先求第二次剪去以后所剩下的米数，把这一段长看作单位“1”，

$$\text{解：} 1.4 \div \left(1 - \frac{1}{5}\right) + 2\frac{3}{4} + 2\frac{3}{4} \times 2$$

$$= 1.4 \div \frac{4}{5} + 2\frac{3}{4} + 2\frac{3}{4} \times 2$$

$$= 1\frac{3}{4} + 2\frac{3}{4} + 5\frac{1}{2}$$

$$= 10 \text{ (米)}$$

答：这条绳子长 10 米。

17. 一件工作，甲独做 20 天完成，乙独做 30 天完成，现在安排甲与乙合做这件工作。在工作中甲休息了 3 天，乙也休息了一段时间，结果共用 16 天完成任务。问乙休息了几天？

想：把这件工程看作单位“1”，先求甲做了这件工程的几分之几，再求乙实际工作的天数，进而求出乙休息的天数。

$$\begin{aligned}
\text{解：} & 16 - [1 - \frac{1}{20} \times (16 - 3)] \div \frac{1}{30} \\
& = 16 - [1 - \frac{1}{20} \times 13] \div \frac{1}{30} \\
& = 16 - [1 - \frac{13}{20}] \div \frac{1}{30} \\
& = 16 - \frac{7}{20} \div \frac{1}{30} \\
& = 16 - 10.5 \\
& = 5.5 (\text{天})
\end{aligned}$$

答：乙休息了 5.5 天。

18. 一批货物重 249 吨，用甲乙两种汽车一次运走。已知甲种汽车每辆运 6 吨，乙种汽车每辆运 7.5 吨，甲种汽车比乙种汽车多一辆。求两种汽车各多少辆？

想：先从这批货物总重量中去掉甲比乙多一辆运的 6 吨，即是甲乙两种车同样辆数运的吨数，再由这些吨数与甲乙两辆车一次共运的吨数关系，求出乙种车辆数。

$$\begin{aligned}
\text{解：} & (249 - 6 \times 1) \div (7.5 + 6) \\
& = 243 \div 13.5 \\
& = 18 (\text{辆}) \\
& 18 + 1 = 19 (\text{辆})
\end{aligned}$$

答：甲种汽车 19 辆，乙种汽车 18 辆。

19. 某药店用 90 张白纸做大、中、小三种药袋，做一个大药袋用一张纸的 $\frac{1}{2}$ ，中药袋每个用一张纸的 $\frac{1}{4}$ ；小药袋每个用一张纸的 $\frac{1}{5}$ 。结果做成的中药袋比大药袋少用纸 40 张；做成的小药袋比中药袋少 30 袋。问做大、中、小药袋各多少？

想：把做中药袋用纸张数看作单位“1”，大药袋用纸去掉 40 张，就与中药袋用纸量相等。给小药袋用纸补上 $(\frac{1}{5} \times 30)$ 张就与中袋用纸的 $\frac{4}{5}$ 相等。由此可找出 $(90 - 40 + \frac{1}{5} \times 30)$ 的对应分数是 $(1 + 1 + \frac{4}{5})$ ，这样便可求出中药袋用纸量。

解：做中药袋用纸张数：

$$\begin{aligned}
& (90 - 40 + \frac{1}{5} \times 30) \div (1 + 1 + \frac{4}{5}) \\
& = 56 \div 2\frac{4}{5} \\
& = 20 (\text{张})
\end{aligned}$$

做大药袋个数：

$$(20 + 40) \div \frac{1}{2}$$

$$= 60 \div \frac{1}{2}$$

$$= 120 (\text{个})$$

做中药袋个数：

$$20 \div \frac{1}{4}$$

$$= 80 (\text{个})$$

做小药袋个数：

$$80 - 30$$

$$= 50 (\text{个})$$

答：做大、中、小药袋分别是 120 个、80 个、50 个。

20. 客船从甲港开往乙港，货船从乙港开往甲港，两船同时相向开出 10 小时相遇，相遇后又继续行驶 3 小时，这时客船离乙港还有 280 千米，货船离甲港还有 420 千米。甲乙两港相距多少千米？

想：把甲乙两港的路程看作单位“1”，由两船相遇后又继续行驶 3 小时，即行了全程的 $\frac{1}{10} \times 3$ ，可求出 280 与 420 千米和的对应分数，进而求出全程。

$$\text{解：} (280 + 420) \div (1 - \frac{1}{10} \times 3)$$

$$= 700 \div \frac{7}{10}$$

$$= 1000 (\text{千米})$$

答：甲乙两港相距 1000 千米。

21. 在一环形跑道上，如果两人同时同地出发都按顺时针方向跑，每隔 12 分钟相遇一次；若两人速度不变，其中一人改为逆时针方向跑，则每隔 4 分钟相遇一次。问两人跑一圈各需多少分？

想：把环形跑道一圈的路程看作单位“1”，根据同向而行每 12 分钟相遇一次可知他们的速度差是 $\frac{1}{12}$ ；根据反向而行每 4 分钟相遇一次，可知他们的速度和是 $\frac{1}{4}$ 。

$$\text{解：} 1 \div \left[\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{12} \right) \div 2 \right]$$

$$= 1 \div \left[\frac{1}{3} \div 2 \right]$$

$$= 1 \div \frac{1}{6}$$

$$= 6 \text{ (分钟)}$$

$$= 1 \div \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right)$$

$$= 1 \div \frac{1}{12}$$

$$= 12 \text{ (分)}$$

答：两人跑一圈各需 6 分钟，12 分钟。

22. 某中学去年从甲、乙、丙三个小学招收初一新生。已知招收甲校学生与招收乙校学生人数的比是 5 : 4，招收丙校学生人数是招收学生总数的 $\frac{1}{4}$ 。又知招收的甲校人数比招收的丙校学生人数多 66 人。问招收乙校学生多少人？

想：招生总人数看作单位“1”，甲乙两校共占 $\left(1 - \frac{1}{4}\right)$ ，按 5 : 4 的比例分配，即得各校占总人数的分数。可据解答分数应用题的方法，先求出招生总数，再求招收乙校的人数。

解：甲校占总招收人数的几分之几：

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \frac{5}{5+4}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{5}{9}$$

$$= \frac{5}{12}$$

招收的总人数：

$$66 \div \left(\frac{5}{12} - \frac{1}{4} \right)$$

$$= 66 \div \frac{1}{6}$$

$$= 396 \text{ (人)}$$

招收乙校学生人数：

$$396 \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \frac{4}{5+4}$$

$$= 396 \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{9}$$

$$= 132 \text{ (人)}$$

答：招收乙校学生 132 人。

23. 有两个油桶，装了同样多的油。第一桶用去 $\frac{1}{4}$ ，第二桶用去40%以后，再从第一桶取出8千克油倒入第二桶。这时第二桶油与第一桶油的比是13:14，问两桶原来各装油多少千克？

想：把这两桶油的总重量看作单位“1”，先求出第一桶用去 $\frac{1}{4}$ 与第二桶用去40%以后的重量比，由此可求出这时第二桶油占总重量的分数。再由第一桶取出8千克倒入第二桶，可知 (8×2) 的对应分数是第二桶油先后所占总数分数的差，就可求出两桶油一共的重量。

解：第一桶油用去 $\frac{1}{4}$ ，第二桶用去40%以后两种油重量比：

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) : (1 - 40\%) = 5 : 4$$

两桶油共重

$$8 \times 2 \div \left(\frac{13}{13+14} - \frac{4}{5+4}\right)$$

$$= 16 \div \left(\frac{13}{27} - \frac{4}{9}\right)$$

$$= 16 \div \frac{1}{27}$$

$$= 432 \text{ (千克)}$$

两桶油原来各装的重量：

$$432 \div 2 = 216 \text{ (千克)}$$

答：两桶原来各装油216千克。

24. 甲乙两人共同加工一批零件，两人商定各承担一半的加工任务。已知在甲加工5个零件的时间内，乙只能加工4个零件。工作8小时，甲完成了自己分担的任务，而乙还有18个零件没加工。这批零件共有多少个？

想：两人分别承担的任务为单位“1”，则甲每小时完成 $\frac{1}{8}$ ，乙工作8小时则完成 $\left(\frac{1}{8} \times \frac{4}{5} \times 8\right)$ ，找18的对应分数就可求出乙承担的加工任务，进而求出这批零件总数。

$$\text{解：} 18 \div \left(1 - \frac{1}{8} \times \frac{4}{5} \times 8\right) \times 2$$

$$= 18 \div \left(1 - \frac{4}{5}\right) \times 2$$

$$= 18 \div \frac{1}{5} \times 2$$

$$= 180 \text{ (个)}$$

答：这批零件共有180个。

25. 甲乙丙三个粮仓共存粮2450吨，甲仓的 $\frac{1}{5}$ 是乙仓的 $\frac{1}{3}$ ，是丙仓

的 $\frac{1}{2}$ 。甲、乙、丙三个仓库各存粮多少吨？

想：把甲仓存粮看作单位“1”，先求出乙丙各占甲的几分之几，再由总数及三仓共占的分数可求甲仓存粮数。

解：甲仓存粮：

$$\begin{aligned} & 2450 \div \left(1 + \frac{1}{5} \div \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \div \frac{1}{2}\right) \\ & = 2450 \div \left(1 + \frac{3}{5} + \frac{2}{5}\right) \\ & = 2450 \div 2 \\ & = 1225 \text{ (吨)} \end{aligned}$$

乙仓存粮：

$$\begin{aligned} & 1225 \times \frac{1}{5} \div \frac{1}{3} \\ & = 735 \text{ (吨)} \end{aligned}$$

丙仓存粮：

$$\begin{aligned} & 1225 \times \frac{1}{5} \div \frac{1}{2} \\ & = 490 \text{ (吨)} \end{aligned}$$

答：甲、乙、丙三个仓库各存粮 1225 吨、735 吨、490 吨。

26. 有一块菜地，计划种白菜和萝卜，它们的面积的比是 11 : 4。如果将种植白菜的地调出 30 平方米改种萝卜，那么，种植白菜和萝卜面积比是 3 : 2。这块地共有多少平方米？

想：把这块地看作单位“1”，据种白菜和萝卜的面积比可求出白菜前后占总面积的分数，而这个分数差就是调出的 30 平方米的对应分数，由此便可求出这块地的面积。

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & 30 \div \left(\frac{11}{11+4} - \frac{3}{3+2}\right) \\ & = 30 \div \left(\frac{11}{15} - \frac{3}{5}\right) \\ & = 30 \div \frac{2}{15} \\ & = 225 \text{ (平方米)} \end{aligned}$$

答：这块地共有 225 平方米。

27. 有两堆木材，第一堆用去 $\frac{2}{5}$ ，第二堆用去 $\frac{3}{5}$ 多10立方米，剩下的两堆木材合在一起，比原来第一堆还少 $\frac{1}{6}$ 。已知第二堆木材原有32立方米，求原来第一堆木材是多少？

想：把第一堆木材看作单位“1”，由题中第二堆用去 $\frac{3}{5}$ 多10立方米，可求出这时第二堆还剩的木材，而这些木材相当于第一堆的 $1 - \frac{1}{6} - (1 - \frac{2}{5})$ ，

由此便可求出第一堆木材是多少？

解：第二堆用去 $\frac{3}{5}$ 多 10 立方米后还剩多少：

$$\begin{aligned} & 32 - \left(32 \times \frac{3}{5} + 10 \right) \\ &= 32 - (19.2 + 10) \\ &= 32 - 29.2 \\ &= 2.8 \text{ (立方米)} \end{aligned}$$

原来第一堆木材有多少：

$$\begin{aligned} & 2.8 \div \left[1 - \frac{1}{6} - \left(1 - \frac{2}{5} \right) \right] \\ &= 2.8 \div \left[1 - \frac{1}{6} - \frac{3}{5} \right] \\ &= 2.8 \div \frac{7}{30} \\ &= 12 \text{ (立方米)} \end{aligned}$$

答：原来第一堆木材有 12 立方米。

28. 甲、乙、丙三个种粮大户去年共收粮食 130 吨，其中甲比乙多收 12.5 吨，丙所收粮食比甲乙两户所收粮食之和少 25 吨。甲、乙、丙三户去年各收粮食多少吨？

想：假设给丙补上 25 吨，丙所收粮食就与甲乙两户所收粮食之和相等，也就是 $(130+25)$ 是甲乙两户所收粮食之和的 2 倍，由此可先求出甲乙两户所收粮食之和，然后再给这个和补上 12.5 吨就是甲户收粮的 2 倍，这样便可求出甲户收粮多少吨。

解：甲乙两户收粮食之和：

$$(130+25) \div 2=77.5 \text{ (吨)}$$

甲户收粮：

$$(77.5+12.5) \div 2=45 \text{ (吨)}$$

乙户收粮：

$$45-12.5=32.5 \text{ (吨)}$$

丙户收粮：

$$130-45-32.5=52.5 \text{ (吨)}$$

答：甲、乙、丙三户去年各收粮食 45 吨、32.5 吨和 52.5 吨。

29. 一件工作，若由甲独做 72 天可完成。现在甲做 1 天，乙加入一起做，两人合做 2 天后，丙也加入一起工作，三人再工作 4 天，完成全部工作的 $\frac{1}{3}$ ，又过 8 天，完成全部工作的 $\frac{5}{6}$ 。若余下的工作由丙单独完成，问完成全部工作从开始算起共历时多少天？

想：把这件工作看作单位“1”，由 8 天前完成全部工作的分数差可求出三人的工效和，从总工作量去掉三人共同工作的 $(4+8)$ 天的工作量，就是甲 $(1+2)$ 天和乙 2 天的工作量，由此可先求出乙的工效，丙的工效，再求当完成全部工作的 $\frac{5}{6}$ 后余下的工作由丙单独完成的天数，最后求全部工作总天数。

解：三人的工效和：

$$\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3}\right) \div 8 = \frac{1}{16}$$

甲(1+2)天和乙2天的工作量：

$$\begin{aligned} & \frac{5}{6} - \frac{1}{16} \times (4+8) \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{16} \times 4 \\ & = \frac{5}{6} - \frac{1}{16} \times 12 \quad \text{或} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \\ & = \frac{1}{12} \quad \quad \quad = \frac{1}{12} \end{aligned}$$

乙的工效：

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{12} - \frac{1}{72} \times (1+2)\right] \div 2 \\ & = \left[\frac{1}{12} - \frac{1}{24}\right] \div 2 \\ & = \frac{1}{24} \end{aligned}$$

丙的工效：

$$\frac{1}{16} - \frac{1}{72} - \frac{1}{48} = \frac{1}{36}$$

最后丙还要做的天数：

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{6}{5}\right) \div \frac{1}{36} \\ & = \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \\ & = 6 \text{ (天)} \end{aligned}$$

完成全部工作所需天数：

$$1+2+4+8+6=21 \text{ (天)}$$

答：完成全部工作从开始算起共 21 天。

30. 某人以 3 支 16 元的价格购进一批自动铅笔，随后又以每 4 支 21 元的价格购进数量是前一批 2 倍的同样的自动铅笔。若他想赚取全部投资的 20% 的盈利，则应以 3 支多少元的标价出售？

想：把某人以 3 支 16 元的价格购进一批自动铅笔数量看作单位“1”，则以 4 支 21 元价格购进的第二批笔则是“1×2”，这两批共购进笔的数量看作“1+(1+2)”，这样由单价、数量及盈利 20% 可求得看作的现出售价，进而求出 3 支多少元出售标价。

$$\begin{aligned} \text{解：} & \left(\frac{16}{3} \times 1 + \frac{21}{4} \times 2\right) \times (1+20\%) \div (2+1) \times 3 \\ & = \left(\frac{16}{3} + \frac{21}{2}\right) \times 1.2 \div 3 \times 3 \\ & = \frac{95}{6} \times 1.2 \div 3 \times 3 \\ & = 19 \text{ (元)} \end{aligned}$$

答：应以 3 支 19 元的标价出售。

六 需要加强的数学知识

(一) 统计表、统计图

1. 完成下面的统计表。

新华机械厂生产情况统计表

年 月 日

数 量 车 间	项 目	人 数	生 产 零 件 个 数	各 车 间 生 产 零 件 个 数 占 总 数 的 百 分 数	平 均 每 人 生 产 零 件 的 个 数
合 计				-	
一 车 间		50	1500		
二 车 间		80	2800		
三 车 间		100	4000		

想：生产零件的个数÷人数=平均每人生产零件个数；各车间生产零件个数的和就是全厂生产零件个数的总数；分别算出总计数、百分数和平均数。

解：计 算 (略)

春光机械厂生产情况统计表

1997年10月5日

数 量 车 间	项 目	人 数	生 产 零 件 个 数	各 车 间 生 产 零 件 个 数 占 总 数 的 百 分 数	平 均 每 人 生 产 零 件 的 个 数
合 计		230	8300	-	36.1
一 车 间		50	1500	18.1%	30
二 车 间		80	2800	33.7%	35
三 车 间		100	4000	48.2%	40

2. 完成下面的统计表。

东风机械厂1997年下半年产量统计表

产 量 (台)	项 目	计 划 产 量	实 际 产 量	完 成 计 划 的 百 分 数
季 度				
合 计		800		
第 一 季 度			440	110%
第 二 季 度		400		108%

想： $\frac{\text{实际产量}}{\text{计划产量}} \times 100\% = \text{完成计划的百分数}$

解：第二季度的实际产量是：

$$400 \times 108\% = 432 \text{ (台)}$$

第一季度的计划产量是：

$$800 - 400 = 400 \text{ (台)}$$

第一第二季度的实际产量：

$$440 + 432 = 872 \text{ (台)}$$

第一二季度完成计划的百分数是：

$$872 \div 800 = 1.09 = 109\%$$

3. 把下面的统计表填写完整。

兴福镇中心小学各年级人数统计表

1997年9月

人数 性别		年 级				
		一年级	二年级	三年级	四年级	五年级
总计		98	105		90	
男生		50	50	62		52
女生		48	55	48	45	43

看表解答：(1) 全校平均每年级有多少人？

(2) 二年级男生人数与女生人数的比是多少？

(3) 女生总人数占全校总人数的百分之几？

想：横栏是项目，空格应为合计。根据男生人数和女生人数就算出合计数或总计数，根据总计人数和男生人数（或女生人数）就能算出女生人数（男生人数）。

要求全校平均每年级的人数，就要知道全校总人数。

解：填表（略）

$$(1) 498 \div 5 = 99.6 \text{ (人)}$$

$$(2) 50 : 55 = 10 : 11$$

$$(3) 239 \div 498 \approx 0.480 = 48.0\%$$

答：全校平均每年级有 99.6 人，二年级男女生人数的比是 10 : 11，女生总人数占全校总人数的 48.0%。

4. 根据下面的数据，完成统计表。

某校 1997 年各年级人数统计情况如下：一年级：男生 115 人，女生 118 人；二年级：男生 105 人，女生 95 人；三年级：男生 105 人，女生 111 人；四年级：男生 109 人，女生 101 人；五年级：男生 81 人，女生 83 人。

()

		年 级				
		一年级	二年级	三年级	四年级	五年级
总计						
合计						

想：从横栏看，总计后有 5 格，正好是年级数，因此横栏应为项目，竖栏应为性别。

解：根据数据制成下表：

某校 1997 年各年级人数统计表

人数 性别 \ 年级	总计	一年级	二年级	三年级	四年级	五年级
合计	1023	233	200	216	210	164
男生	515	115	105	105	109	81
女生	508	118	95	111	101	83

5. 某校五年级有男生 80 人 女生 70 人，在体育达标测验中，男生有 78 人达标，女生有 66 人达标。根据这些数据制完下表。

某校五年级体育达标情况统计表

1997 年 10 月

性别 \ 项目	人数	达标人数	达标率
男生			
女生			

想：这是一张复式统计表，横栏根据“达标人数”和“达标率”可知应是项目，纵栏根据“男生”、“女生”可知应是“性别”，达标率就是达标人数的百分数，分别算出合计数和达标率就能把统计表填写完整了。

解：计算（略）

某校五年级体育达标情况统计表

1997 年 10 月

数量 性别 \ 项目	人数	达标人数	达标率
合计	150	144	96%
男生	80	78	97.5%
女生	70	66	94.3%

6. 某体育用品厂生产乒乓球。去年上半年计划生产乒乓球 15 万个，实际生产 15 万个；下半年计划生产 20 万个，实际生产 24 万个。根据这些数据制完下表。

_____ 年 _____ 月

项目 \ 时间	计划产量	实际产量	完成计划的百分数
合计			

想：完成计划的百分数就是实际产量占计划产量的百分比，可知横栏为“项目”，因此，纵栏就为“时间”。分别算出合计数和完成计划的百分数，就可把表填写完整了。

解：计算（略）

某体育用品厂 1997 年生产乒乓球情况统计表

1998 年 1 月

数量 时间 \ 项目	计划产量 (万个)	实际产量 (万个)	完成计划的 百分数
合计	35	39	111.4%
上半年	15	15	100%
下半年	20	24	120%

7. 某电视机厂今年五月份电视机产量情况如下：

上旬生产 450 台，其中合格的 425 台；

中旬生产 380 台，其中合格的 368 台；

下旬生产 628 台。其中合格的 582 台。

先分别算出各旬的合格率，再制出统计表。

想：题目要求算出合格率，因此统计表中的项目应包括合格率一项。

因为要把各旬的生产情况合成统计在一起，所以要制成复式统计表。

解：先分别算出各旬的合格率。

$$\text{上旬：} 425 \div 450 = 0.944 = 94.4\%$$

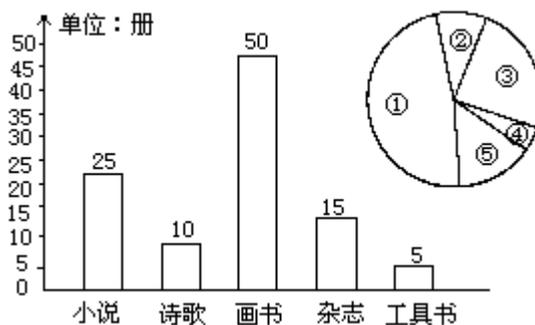
$$\text{中旬：} 368 \div 380 = 0.968 = 96.8\%$$

$$\text{下旬：} 582 \div 628 = 0.927 = 92.7\%$$

某电机视厂五月份电视机产量情况统计表

数量 时间 \ 项目	生产台数	合格台数	合格率
合计	1458	1375	94.3%
上旬	450	425	94.4%
中旬	380	368	95.8%
下旬	628	582	92.7%

8. 下面的条形统计图和扇形统计图都是五年级一班的图书统计图。



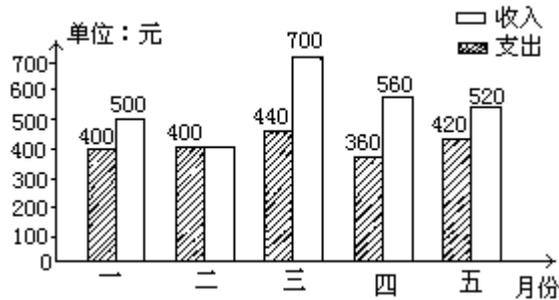
问：扇形统计图中表示小说的是哪一部分？

想：直条长的在扇形统计图中占的面积就大；反之就小。

解：观察条形统计图可知，各类图书的册数按从大到小的顺序依次是：画书、小说、杂志、诗歌和工具书。观察扇形统计图可知，各部分的面积按从大到小的顺序依次是： 、 、 、 、 。

因为条形统计图和扇形统计图表示的都是同一个班的图书册数，所以扇形统计图中表示小说的是标 的部分。

9. 下图是小明家 1997 年 1~5 月份的收支情况统计图。



看图回答：(1) 小明家哪个月节余最多？是多少元？

(2) 小明家 1~5 月份的平均月收入是多少元？

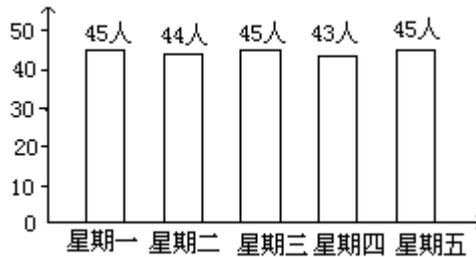
想：收入与支出的差就叫节余；各月收入的和除以月份数就得平均月收入。

解：(1) $700 - 440 = 260$ (元)

$$\begin{aligned} (2) & (500 + 400 + 700 + 560 + 520) \div 5 \\ & = 2680 \div 5 \\ & = 536 \text{ (元)} \end{aligned}$$

答：小明家三月份节余最多，是 260 元；1~5 月份平均月收入是 536 元。

10. 下面是某实验小学五年级一班某周每天出勤人数。



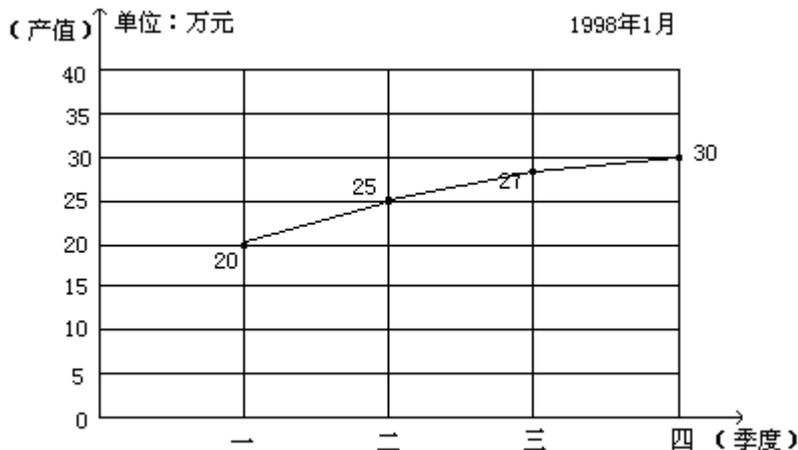
根据上面的数据制出条形统计图。

想：先画出两条互相垂直的射线，再确定水平射线表示时间，垂直射线表示出勤人数，然后按数据大小画出直条。

解：按要求制成如下条形统计图。

某实验小学五年级一班某周出勤情况统计图

11. 下面是某工厂 1997 年产值增长情况统计图。



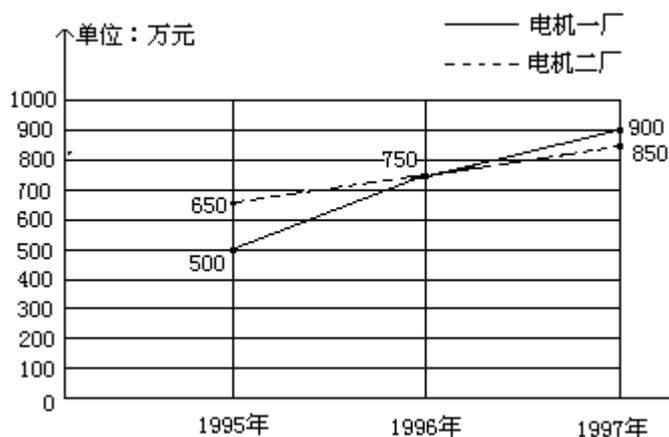
看图计算：(1) 这个厂平均季度产值是多少万元？
 (2) 这个厂第四季度比第一季度增长百分之几？

解：(1) $(20+25+27+30) \div 4$
 $=104 \div 4$
 $=25.5$ (万元)

(2) $(30-20) \div 20=0.5=50\%$

答：这个厂平均季度产值是 25.5 万元，第四季度比第一季度增长 50%。

12. 下面是某市电机一厂、二厂 1995~1997 年向国家交税情况统计图。



看图解答：(1) 哪个厂的税收增长较快？
 (2) 二厂平均每年向国家交税多少万元？
 (3) 一厂 1997 年比 1995 年税收增长百分之几？

解：(1) $900-500=400$ (万元)

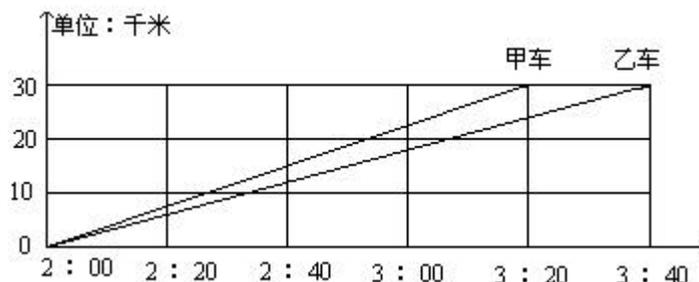
$850-650=200$ (万元) 400 万元 $>$ 200 万元

(2) $(650+750+850) \div 3=2250 \div 3=750$ (万元)

(3) $(900-500) \div 500=0.8=80\%$

答：电机一厂的税收增长较快，电机二厂平均每年向国家交税 750 万元，电机一厂 1997 年比 1995 年的税收增长 80%。

13. 下面是一张甲、乙两车的行程图。看图回答问题。



(1) 甲车每小时行多少千米？
 (2) 甲、乙两车速度的差是多少？
 (3) 半小时两车相差多少千米？

想：速度 \times 时间 = 路程，路程 \div 时间 = 速度。

解：(1) 观察行程图可以看出，甲车从 2:00 到 3:20，时间

过了1时20分，即 $1\frac{1}{3}$ 时，所行路程是30千米。甲车每小时行的路程是：

$$30 \div 1\frac{1}{3} = 22.5 \text{ (千米)}$$

(2) 观察行程图可以看出，乙车从 2 00 到 3 40，时间过了1时40分，即 $1\frac{2}{3}$ 时，所行路程是30千米。乙车每小时行的路程是：

$$30 \div 1\frac{2}{3} = 18 \text{ 千米}$$

甲、乙两车每小时所行路程的差是：

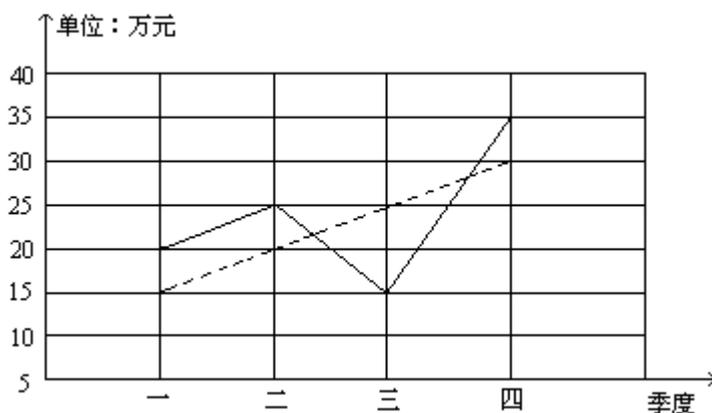
$$22.5 - 18 = 4.5 \text{ (千米)}$$

(3) 半小时两车相差的距离是：

$$(22.5 - 18) \times \frac{1}{2} = 2.25 \text{ (千米)}$$

答：甲车每小时行 22.5 千米；甲、乙两车时速的差是每小时 4.5 千米；半小时两车相差 2.25 千米。

14. 下图是一张未制完的无线电一厂、二厂 1997 年各季度产值统计图。已知两厂产值相差最大的那个季度，一厂比二厂多 10 万元，看图算出无线电二厂的平均月产值。



想：观察折线图，并根据条件“两厂产值相差最大的那个季度一厂比二厂多 10 万元”可以判断出，图中虚线表示一厂的产值，实线表示二厂的产值。二厂的年总产值除以全年月份数，就得平均月产值。

$$\begin{aligned} \text{解：} & (20 + 25 + 15 + 35) \div 12 \\ & = 95 \div 12 \\ & = 7.9 \text{ (万元)} \end{aligned}$$

答：无线电二厂的平均月产值约是 7.9 万元。

15. 将下表制成折线统计图。

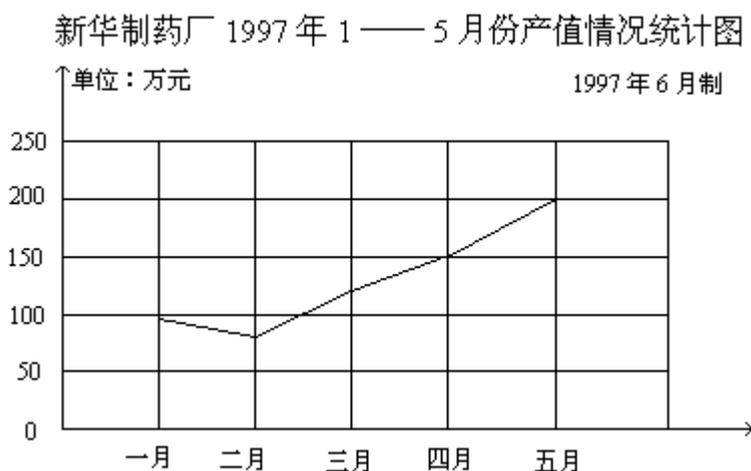
新华制药厂 1997 年 1~5 月份产值情况统计表

1997 年 6 月

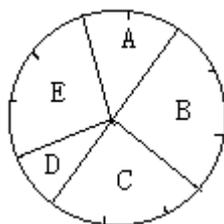
月 份	一月	二月	三月	四月	五月
产值 (万元)	100	90	130	150	200

想：先画出相互垂直的两条射线，再确定水平射线表示月份，竖直射线表示产值，然后定出单位画出格线及折线。

新华制药厂 1997 年 1~5 月份产值情况统计图



16. 按照如下面的扇形统计图，把 36000 平方米的土地分给 A、B、C、D、E 五个专业户。



- 看图回答：(1) A 得到的土地是多少平方米？
 (2) 哪三户得到的土地相等？各是多少平方米？
 (3) D 得到的土地是全部土地的几分之几？

解：观察扇形统计图可知，把土地平均分成了 12 份，A、B、C、D、E 分别占 2 份、3 份、3 份、1 份和 3 份。

(1) A 得到的土地是：

$$36000 \times \frac{2}{12} = 6000 \text{ (平方米)}$$

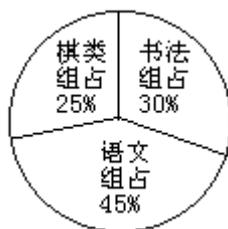
(2) B、C、E 得到的土地面积相等，都是：

$$36000 \times \frac{3}{12} = 9000 \text{ (平方米)}$$

(3) D 得到的土地是全部土地的 $\frac{1}{12}$ 。

答：A 得到的土地是 6000 平方米；B、C、E 三户得到的土地相等，各是 9000 平方米；D 得到的土地是全部土地的 $\frac{1}{12}$ 。

17. 东风小学五年级有学生 200 人，他们全部参加课外兴趣小组，下图是他们参加课外兴趣小组情况的扇形统计图。



问：

(1) 参加棋类组的人数比参加书法组的少多少人？

(2) 参加语文组的人数比参加棋类组的多百分之几？

想：先分别算出参加各类小组的人数。求各类小组的人数就是求一个数的百分之几是多少。

解：棋类组人数： $200 \times 25\% = 50$ (人)

书法组人数： $200 \times 30\% = 60$ (人)

语文组人数： $200 - 50 - 60 = 90$ (人)

(1) $60 - 50 = 10$ (人)

(2) $(90 - 50) \div 50 = 0.8 = 80\%$

答：参加棋类组的人数比参加书法组的少 10 人；参加语文组的人数比参加棋类组的多 80%。

18. 某饲养专业户养家禽共 2500 只，其中鸡、鸭、鹅的比是 5 4 1，养鸭多少只？养鸭的只数占家禽总数的百分之几？如果制成扇形统计图，表示养鸭只数的扇形圆心角是多少度？

想：根据家禽总只数和连比可以求出鸭的只数。

解： $5 + 4 + 1 = 10$

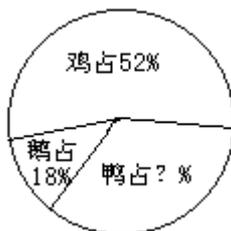
$2500 \times \frac{4}{10} = 1000$ (只)

$1000 \div 2500 = 0.4 = 40\%$

$360^\circ \times 40\% = 144^\circ$

答：养鸭 1000 只，养鸭的只数占家禽总数的 40%，在统计图中表示鸭的数量的扇形圆心角是 144° 。

19. 下图是某养禽场去年养鸡、鸭、鹅的统计图。已知鸭比鹅多 360 只，鸡有多少只？



想：要求鸡有多少只，需要求出鸡、鸭、鹅的总只数。根据鸭比鹅多的只数与鸭比鹅多的百分数可以求出鸡、鸭、鹅的总只数。

解： $360 \div (1 - 52\% - 18\% \times 2)$

$= 360 \div 16\%$

$= 2250$ (只)

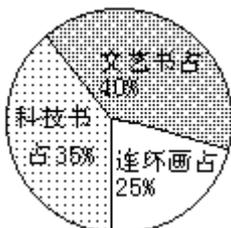
$2250 \times 52\% = 1170$ (只)

答：鸡有 1170 只。

20. 学校图书馆共有图书 3200 册，其中文艺书占 40%，科技书占 35%，连环画占 25%，根据这些数据制成扇形统计图。

想：先算出表示各类图书数量的扇形圆心角度数，再画圆并根据算出的圆心角度数画出各个扇形，然后在扇形中分别标出名称和百分数。

学校各类图书情况统计图



$$\text{解：} 360^\circ \times 40\% = 144^\circ$$

$$360^\circ \times 35\% = 126^\circ$$

$$360^\circ \times 25\% = 90^\circ$$

(二) 比和比例

1. 比的前项缩小 3 倍，后项扩大 3 倍，那么它的比值就缩小几倍？

想：一个比的前项缩小 3 倍，如果后项不变，那么这个比的比值就缩小 3 倍；一个比的前项不变，如果它的后项扩大 3 倍，那么这个比的比值也一定要缩小 3 倍。

$$\text{解：} 3 \times 3 = 9$$

答：它们的比值就缩小 9 倍。

2. 一个三角形的内角度数的比是 4 : 3 : 2，这个三角形的三个内角度数分别是多少？

想：已知三角形三个内角度数的比是 4 : 3 : 2，又知三角形的内角和是 180° 。在 180° 中三个角的度数分别占 4 份、3 份和 2 份，一共是 9 份。三个角每个角的度数分别占三角形内角和 180° 的 $\frac{4}{9}$ 、 $\frac{3}{9}$ 和 $\frac{2}{9}$ 。

$$\text{解：} 4+3+2=9$$

$$180 \times \frac{4}{9} = 80(\text{度})$$

$$180 \times \frac{3}{9} = 60(\text{度})$$

$$180 \times \frac{2}{9} = 40(\text{度})$$

答：这个三角形的三个内角分别是 80 度、60 度和 40 度。

3. 甲乙二人各有钱若干元，若甲拿出他所有钱的 20% 给乙，则两人所有的钱数正好相等，原来甲、乙二人所有钱数的最简整数比是多少？

想：把甲的钱数看作“1”，甲拿出他所有钱数的 20%，那么甲就剩下他所有钱的 80%，这时甲、乙二人所有的钱数正好相等，那么乙原有的钱数就相当于甲现有钱数的 $80\% - 20\% = 60\%$ 。

解：甲、乙二人原来所有钱数的比则是：

$$1 : (1 - 20\% \times 2) = 5 : 3$$

答：甲乙二人钱数的整数比是 5 : 3。

4. 有一个比的比值是 2，这个比的前项后项与比值的和是 11。这个比是多少？

想：比的前项、后项与比值的和是 11，所以 $11 - 2 = 9$ ，就是比的前项与后项的和是 9，根据题意可知比的前项是后项的 2 倍，所以前项与后项的和一定是后项的 $2 + 1 = 3$ 倍，因此可得下面的解。

$$\text{解：} (11 - 2) \div (2 + 1) = 3$$

$$3 \times 2 = 6$$

答：这个比是 6 : 3。

5. 甲数除以乙数的商是 1.2，丙数除以乙数的商是 1.5，求甲、乙、丙三个数的最简整数比是多少？

想：先把题目中的两个商化成分数，这两个分数实际就是两个最简整数比，然后把这两个比化成连比即可。

$$\text{解：} 1.2 = \frac{12}{10} = \frac{6}{5} = 6 : 5$$

$$1.5 = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} = 3 : 2$$

5 和 2 的最小公倍数是 $5 \times 2 = 10$

$$(6 \times 2) : (5 \times 2) = 12 : 10$$

$$(2 \times 5) : (3 \times 5) = 10 : 15$$

甲、乙、丙三个数的比是 12 : 10 : 15

答：三个数的最简整数比是 12 : 10 : 15。

6. 有两袋米，第一袋重量的 $\frac{1}{5}$ 相当于第二袋重量的 $\frac{1}{4}$ ，写出第一袋与第二袋米的重量比与比值。

想：根据第一袋重量的 $\frac{1}{5}$ 相当于第二袋重量的 $\frac{1}{4}$ ，可知第一袋米的重量是相等重量的 $1 \div \frac{1}{5}$ ，第二袋米的重量是相等重量的 $1 \div \frac{1}{4}$ ，由此可求出比和比值。

$$\text{解：} 1 \div \frac{1}{5} = 5$$

$$1 \div \frac{1}{4} = 4$$

$$5 : 4 = 1 \frac{1}{4}$$

答：第一袋与第二袋米的重量比是 5 : 4，比值是 $1 \frac{1}{4}$ 。

7. 一个学生在求出 5 个自然数的平均数后，他粗心地把这个平均数和 5 个数混在一起，求出了这 6 个数的平均数。第二个平均数和正确平均数的比值是多少？

想：5 个数的平均数就相当于 5 个相同数被 5 除后所得的商，加上一个相同数后，再求出它们的平均数，值是不变的。

解：可假设这五个数分别为 a 、 $(a+1)$ 、 $(a+2)$ 、 $(a+3)$ 、 $(a+4)$

原平均数是：

$$[a + (a+1) + (a+2) + (a+3) + (a+4)] \div 5 = (5a+10) \div 5 = a+2$$

后来的平均数是：

$$[a + (a+1) + (a+2) + (a+3) + (a+4) + (a+2)] \div 6 = [6a+12] \div 6 = a+2$$

答：两个平均数的比值是 1。

8. 某小学为了支援灾区捐款，低、中、高年级捐款钱数的比是 5 6 7，已知低、中年级共捐款 110 元。求高年级捐款多少元？

想：已知低年级和中年级共捐款 110 元，低中年级捐款数的比是 5 6，它们的总份数是 11 份，110 元除以 11 就求出其中一份钱数是多少元，然后再求高年级的捐款数。

$$\text{解：} 110 \times \frac{7}{5+6} = 70 \text{ (元)}$$

答：高年级捐款 70 元。

9. 用方砖铺地，每块砖边长 0.5 米，需 768 块，若改用每块边长 0.4 米方砖来铺这块地，需用多少块？

想：根据题意可知这块地的总面积一定，每块砖的面积与块数成正比例，但本题的条件是每块砖的边长，需要把每块砖的面积求出来，再组成比例。

解：设用边长 0.4 米方砖铺地，需用 x 块。

$$\frac{0.5 \times 0.5}{0.4 \times 0.4} = \frac{x}{768}$$

$$0.16x = 768 \times 0.25$$

$$x = 1200$$

答：需用 1200 块。

10. 有 42 名少先队员在校园和路边种蓖麻。在校园种的和路边种的棵数比是 5 2，在校园比在路边多种了 684 棵，平均每人种多少棵？

想：由校园种的与路边种的比是 5 2，可知种蓖麻的总份数是 $5+2=7$ 份，其中在校园种的占 5 份，在路边种的占 2 份，那么在校园种的就比路边种的多 $(5-2)$ 份，这 $(5-2)$ 份即是总份数的 $\frac{5-2}{5+2}$ 也就是 684 棵。

由此可先求出总棵数，再求平均每人种多少棵。

$$\text{解：} 684 \div \frac{5-2}{5+2} \div 42 = 38 \text{ (棵)}$$

答：平均每人种 38 棵。

11. 甲、乙两辆汽车同时分别从 A、B 两城出发相向而行，甲、乙两辆汽车的速度比是 3 2，6 小时后相遇，甲行全程需要几小时？

想：根据甲、乙两车的速度比是 3 2 可知，甲、乙两车相遇时甲行了全程的 $\frac{3}{3+2}$ ，在同一时间内，速度与路程成正比例，即相遇时甲所行的路程与全长的比是 3 5，那么它所需要的时间则是 $6 \times x$ 。因此可以组成下面的比例。

解：设甲行全程需要 x 小时。

$$6 \times x = 3 \times (3+2)$$

$$3x=6 \times (3+2)$$

$$3x=30$$

$$x=10$$

答：甲行全程需 10 小时。

12. 某车间原有铜和锌共 84 千克，现在要把锌和铜按 1 : 2 熔铸成一种合金，需添 12 千克铜。原有铜多少千克？

想：根据题意，把锌和铜按 1 : 2 熔铸成一种合金，需要加 12 千克铜，说明只有从 84 千克中再加 12 千克铜，才符合 1 : 2 的比例，由此便可先求出铜的总重量，再求原来重量。

$$\text{解：} (84+12) \times \frac{2}{1+2} = 64 \text{ (千克)}$$

$$64-12=52 \text{ (千克)}$$

答：原有铜的重量是 52 千克。

13. 两城市相距 225 千米，一列客车和一列货车同时从两个城市相对开出， $2\frac{1}{2}$ 小时相遇，货车和客车速度的比是 9 : 11，货车平均每小时行多少千米？

想：要求货车的速度，必须先求速度和，用路程除以相遇时间即可求出，然后再求出货车速度相当于速度和的几分之几。

$$\text{解：} 225 \div 2\frac{1}{2} \times \frac{9}{9+11}$$

$$= 90 \times \frac{9}{20} \times \frac{9}{20}$$

$$= 40.5 \text{ (千米)}$$

答：货车平均每小时行 40.5 千米。

14. 装配车间有两个小组，第一小组与第二小组人数的比是 5 : 3，如果第一小组调出 14 人到第二小组，这时第一小组与第二小组的人数比是 1 : 2。原来两个小组各有多少人？

想：没有进行人员调动之前，第一小组占两个小组总人数的 $\frac{5}{5+3}$ ，调动之后，第一小组占两个小组总人数的 $\frac{1}{1+2}$ ，也就是总人数的 $\frac{5}{8}$ 与总人数的 $\frac{1}{3}$ 的差是 14 人。因此，可得下面的解法。

$$\text{解：} 14 \div \left(\frac{5}{5+3} - \frac{1}{1+2} \right) \times \frac{5}{5+3} = 30 \text{ (人)}$$

$$14 \div \left(\frac{5}{5+3} - \frac{1}{1+2} \right) - 30 = 18 \text{ (人)}$$

答：原来第一小组有 30 人，第二小组有 18 人。

15. 甲、乙、丙三个数的比是 5 : 8 : 2，这三个数的平均数是 35，这三个数各是多少？

想：由甲、乙、丙三个数的平均数是 35，可推得这三个数的和是 $35 \times 3=105$ 。由甲、乙、丙三个数的比 5 : 8 : 2，可知这三个数各占总

份数的 $\frac{5}{5+8+2}$ 、 $\frac{8}{5+8+2}$ 与 $\frac{2}{5+8+2}$ 。

$$\text{解：} 35 \times 3 \times \frac{5}{5+8+2} = 35$$

$$35 \times 3 \times \frac{8}{5+8+2} = 56$$

$$35 \times 3 \times \frac{2}{5+8+2} = 14$$

答：甲、乙、丙这三个数分别是 35、56、14。

16. 小明读一本书，上午读了一部分，这时已读的页数与未读页数的比是 1 : 9，下午比上午多读 6 页，这时已读的页数与未读页数的比变成了 1 : 3。这本书共有多少页？

想：因为上午读了一部分，这时已读的页数与未读页数的比是 1 : 9，由此可知上午读了这本书总页数的 $\frac{1}{1+9}$ 。下午比上午多读 6 页，那么下午读的就比总页数的 $\frac{1}{1+9}$ 还多 6 页，这时已读的页数占总页数的 $\frac{1}{1+3}$ ，因此 6 页就是总页数的 $\frac{1}{4}$ 与 $\frac{1}{5}$ 的差。

$$\text{解：} 6 \div \left(\frac{1}{1+3} - \frac{1}{1+9} \times 2 \right)$$

$$= 6 \div \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right)$$

$$= 6 \div \frac{1}{20}$$

$$= 120 \text{ (页)}$$

答：这本书的总页数是 120 页。

17. 甲、乙二人同时加工一批零件，5 小时后甲比乙多加工 60 个，照这样，完成这批零件共用了 8 小时。已知甲和乙每小时加工零件的个数比是 7 : 5，甲一共加工了多少个零件？

想：要求甲一共加工的零件数，必须求出这批零件总数和甲加工了这批零件的几分之几。可由 8 小时甲比乙多加工的零件数占总零件数的几分之几求出总零件数，再求甲加工的个数。

$$\text{解：} 60 \div 5 \times 8 \div \frac{7-5}{7+5} \times \frac{7}{7+5} = 336 \text{ (个)}$$

答：甲一共加工了 336 个零件。

18. 某人由甲地到乙地，一般速度要 6 小时走到，如果速度增加 1 倍，行走的时间比原来减少 $\frac{1}{4}$ ，几小时可以到达？

想：如果速度增加 1 倍，则时间就缩小 2 倍，因此可得下面的解法。

$$\text{解：} 6 \div 2 \times \left(1 - \frac{1}{4} \right) = 2 \frac{1}{4} \text{ (小时)}$$

答：2 $\frac{1}{4}$ 小时到达。

19. 小红和小青各走一段路，小红走的路程比小青多 $\frac{1}{5}$ ，小青用的时间比小红多 $\frac{1}{8}$ 。求小红和小青的速度比。

想：先分别求出两人各自所走路程与所行时间对应的份数，然后根据路程 \div 时间 = 速度，求出速度比。

解：小红与小青路程比为 6 : 5，小红与小青所用时间比是 8 : 9，那么小红与小青速度比是 $(6 \div 8) : (5 \div 9) = 27 : 20$

答：小红与小青速度比是 27 : 20。

20. 甲、乙两数的和是 19.8，如果把乙数的小数点向右移动一位，这两个数的比是 1 : 1，原来甲乙两数各多少？

想：因为把乙数的小数点向右移动一位，这两个数的比是 1 : 1，说明这时这两个数相等，那么原来甲数一定是乙数的 10 倍。

解： $19.8 \div (10+1) = 1.8$

$1.8 \times 10 = 18$

答：甲数为 18，乙数为 1.8。

七数学名题欣赏

1. 鸡兔同笼。今有鸡兔同笼，上有 35 个头，下有 94 只脚。鸡兔各几只？

想：假设把 35 只全看作鸡，每只鸡 2 只脚，共有 70 只脚。比已知的总脚数 94 只少了 24 只，少的原因是把每只兔的脚少算了 2 只。看看 24 只里面少算了多少个 2 只，便可求出兔的只数，进而求出鸡的只数。

解：兔的只数：

$$\begin{aligned} & (94-2 \times 35) \div (4-2) \\ & = (94-70) \div 2 \\ & = 24 \div 2 \\ & = 12 \text{ (只)} \end{aligned}$$

鸡的只数：

$$35-12=23 \text{ (只)}$$

答：鸡有 23 只，兔有 12 只。

此题也可以假设 35 只全是兔，先求鸡的只数，再求兔的只数。

解决这样的问题，我国古代有人想出更特殊的假设方法。假设一声令下，笼子里的鸡都表演“金鸡独立”，兔子都表演“双腿拱月”。那么鸡和兔着地的脚数就是总脚数的一半，而头数仍是 35。这时鸡着地的脚数与头数相等，每只兔着地的脚数比头数多 1，那么鸡兔着地的脚数与总头数的差等于兔的头数。我国古代名著《孙子算经》对这种解法就有记载：“上署头，下置足。半其足，以头除足，以足除头，即得。”具体解法：兔的只数是 $94 \div 2 - 35 = 12$ (只)，鸡的只数是 $35 - 12 = 23$ (只)。

2. 韩信点兵。今有物，不知其数。三三数之剩二，五五数之剩三，七七数之剩二。问物几何。

这是我国古代名著《孙子算经》中的一道题。意思是：一个数除以 3 余 2，除以 5 余 3，除以 7 余 2。求适合这些条件的最小自然数。

想：此题可用枚举法进行推算。先顺序排出适合其中两个条件的数，再在其中选择适合另一个条件的数。

解：除以 5 余 3 的数：

$$3, 8, 13, 18, 23, 28, \dots$$

除以 7 余 2 的数：

$$2, 9, 16, 23, 30, 37, \dots$$

同时满足以上两个条件的数：

$$23, 58, \dots$$

满足上两个条件，又满足除以 3 余 2 的最小自然数是 23。

答：符合条件物体个数是 23。

我国古代对解这类问题编了这样的歌诀：

三人同行七十稀，
五树梅花廿一枝，
七子团圆正月半，
除百零五便得知。

意思是：一个自然数除以 3 得到的余数乘以 70，除以 5 得到的余数乘以 21，除以 7 得到的余数乘以 15，积相加。如果和大于 105，连续减

105，直到小于 105 为止，这样得到的最小自然数，就是所求的结果。具体解法是：

$$\begin{aligned}
 &2 \times 70 + 3 \times 21 + 2 \times 15 \\
 &= 140 + 63 + 30 \\
 &= 233 \\
 &233 - 105 \times 2 \\
 &= 233 - 210 \\
 &= 23
 \end{aligned}$$

3. 三阶幻方。把 1—9 这九个自然数填在九空格里，使横、竖和对角线上三个数的和都等于 15。

想：1+9=10，2+8=10，3+7=10，4+6=10。这每对数的和再加上 5 都等于 15，可确定中心格应填 5，这四组数应分别填在横、竖和对角线的位置上。先填四个角，若填两对奇数，那么因三个奇数的和才可能得奇数，四边上的格里已不可再填奇数，不行。若四个角分别填一对偶数，一对奇数，也行不通。因此，判定四个角上必须填两对偶数。对角线上的数填好后，其余格里再填奇数就很容易了。

解：

	4		9		2
	3		6		7
	8		6		6

上面是最简单的幻方，也叫三阶幻方。相传，大禹治水时，洛水中出现了一个“神龟”背上有美妙的图案，史称“洛书”，用现在的数字翻译出来，就是三阶幻方。

南宋数学家杨辉概括其构造方法为：“九子斜排。上下对易，左右相更。四维挺出。”具体方法是：

		1		
	4		2	
7		5		3
	8		6	
		9		

		9		
	4		2	
3				7
	8		6	
		1		

4		9		2
	↖		↗	
3		5		7
	↙		↘	
8		1		6

4. 兔子问题。十三世纪，意大利数学家伦纳德提出下面一道有趣的问题：如果每对大兔每月生一对小兔，而每对小兔生长一个月就成为大兔，并且所有的兔子全部存活，那么有人养了初生的一对小兔，一年后共有多少对兔子？

想：第一个月初，有 1 对兔子；第二个月初，仍有一对兔子；第三个月初，有 2 对兔子；第四个月初，有 3 对兔子；第五个月初，有 5 对兔子；第六个月初，有 8 对兔子……。把这此对数顺序排列起来，可得到下面的数列：

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ……

观察这一数列，可以看出：从第三个月起，每月兔子的对数都等于前两个月对数的和。根据这个规律，推算出第十三个月初的兔子对数，也就是一年后养兔人有兔子的总对数。

解：根据题中条件，可写出下面的数列：

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ……

因为一年兔子对数也就是第 13 个月初的对数。

答：这个养兔人共有 233 对兔子。

5. 求碗问题。我国古代《孙子算经》中有一道著名的“河上荡杯”题（注：荡杯即洗碗）。题目意思是：一位农妇在河边洗碗。邻居问：“你家里来了多少客人，要用这么多碗？”她答道：“客人每两位合用一只饭碗，每三位合用一只汤碗，每四位合用一只菜碗，共用 65 只碗。”她家里究竟来了多少位客人？

想：若设客人是 x 人，可用各种碗的个数合起来等于碗的总数的关系列方程解答。

解：设有 x 位客人，根据题意，得

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = 65$$

$$\frac{13}{12}x = 65$$

$$x = 60$$

答：她家来了 60 位客人。

此题《孙子算经》中的解法是这样记载的：“置六十五只杯，以十二乘之，得七百八十，以一十三除之，即得。”可见《孙子算经》的作者就是用求方程解的方法解这道题的。

6. 三女归家。今有三女，长女五日一归，中女四日一归，少女三日一归。问三女何日相会？这道题也是我国古代名著《孙子算经》中为计算最小公倍数而设计的题目。意思是：一家有三个女儿都已出嫁。大女儿五天回一次娘家，二女儿四天回一次娘家，小女儿三天回一次娘家。三个女儿从娘家同一天走后，至少再隔多少天三人再次相会？

想：从刚相会到最近的再一次相会的天数，是三个女儿间隔回家天数的最小公倍数。

解：3, 4, 5 三个数的最小公倍数：

$$3 \times 4 \times 5 = 60$$

答：三个女儿至少间隔 60 天再相会。

7. 有女善织。有一位善于织布的妇女，每天织的布都比上一天翻一

番。五天共织了 5 丈 (50 尺) 布, 她每天各织布多少尺?

想: 若把第一天织的布看作 1 份, 可知她第二、三、四、五织的布分别是 2、4、8、16 份。根据织布的总尺数和总份数, 能先求出第一天织的尺数, 再求出以后几天织布的尺数。

解: 5 丈=50 尺

第一天织布尺数:

$$50 \div (1+2+4+8+16)$$

$$= 50 \div 31$$

$$= 1 \frac{19}{31} \text{ (尺)}$$

第二天织布尺数:

$$1 \frac{19}{31} \times 2 = 3 \frac{7}{31} \text{ (尺)}$$

第三天织布尺数:

$$1 \frac{19}{31} \times 4 = 6 \frac{14}{31} \text{ (尺)}$$

第四天织布尺数:

$$1 \frac{19}{31} \times 8 = 12 \frac{28}{31} \text{ (尺)}$$

第五天织布尺数:

$$1 \frac{19}{31} \times 16 = 25 \frac{25}{31} \text{ (尺)}$$

答: 从第一天到第五天分别织布 $1 \frac{19}{31}$ 尺、 $3 \frac{7}{31}$ 尺、 $6 \frac{14}{31}$ 尺、

$12 \frac{28}{31}$ 尺、 $25 \frac{25}{31}$ 尺。

8. 蜗牛爬井问题。德国数学家里斯曾出过这样一道数学题: 井深 20 尺, 蜗牛在井底, 白天爬 7 尺, 夜里降 2 尺, 几天可以到达井顶?

想: 解这道题的关键是把最后一天爬行的情况与前面几天爬行的情况区别考虑。

解: 蜗牛前 3 天昼夜爬行的高度:

$$(7-2) \times 3 = 15 \text{ (尺)}$$

最后一天爬行的时间:

$$(20-15) \div 7 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{14} \text{ (天)}$$

共用的时间:

$$3 + \frac{5}{14} = 3 \frac{5}{14} \text{ (天)}$$

答: $3 \frac{5}{14}$ 天可以到达井顶。

9. 巧分银子。10 个兄弟分 100 两银子, 从小到大, 每两人相差的数量都一样。又知第八个兄弟分到 6 两银子, 每两个人相差的银子是多少?

想: 因为每两个人相差的数量相等, 第一与第十、第二与第九、第三与第八, ……每两个兄弟分到银子的数量和都是 20 两, 这样可求出第

三个兄弟分到银子的数量。又可推想出，从第三个兄弟到第八个兄弟包含 5 个两人的差。由此便可求出两人相差的银子是多少。

解：每人平均分到银子数量：

$$100 \div 10 = 10 \text{ (两)}$$

第三个兄弟分到的数量：

$$10 \times 2 - 6 = 20 - 6 = 14 \text{ (两)}$$

每两人相差的银子数量：

$$(14 - 6) \div (8 - 3) = 8 \div 5 = 1\frac{3}{5} \text{ (两)}$$

答：每两人相差银子 $1\frac{3}{5}$ 两。

10. 泊松问题。法国数学家泊松少年时被一道数学题深深地吸引住了，从此便迷上了数学。这道题是：某人有 8 公升酒，想把一半赠给别人，但没有 4 公升的容器，只有一个 3 公升和一个 5 公升的容器。利用这两个容器，怎样才能用最少的次数把 8 公升酒分成相等的两份？

想：利用两次小容器盛酒比大容器多 1 公升，和本身盛 3 公升的关系，可以凑出 4 公升的酒。

解：(1) 将 8 公升酒倒入小容器，倒满后，把小容器的酒全部倒入盛 5 公升的容器中。

(2) 再倒满小容器，将小容器的酒再向 5 公升容器倒，使它装满酒，此时小容器内只剩 1 公升酒。

(3) 将 5 公升容器中的酒全部倒回盛 8 公升的酒瓶中，接着把小容器中的 1 公升酒倒入这时的空容器中。

(4) 再把酒瓶中的酒倒满小容器，酒瓶中剩下的酒正好是 8 公升的一半。

11. 牛顿问题。英国大数学家牛顿曾编过这样一道数学题：牧场上有一片青草，每天都生长得一样快。这片青草供给 10 头牛吃，可以吃 22 天，或者供给 16 头牛吃，可以吃 10 天，如果供给 25 头牛吃，可以吃几天？

想：这片草地天天以同样的速度生长是分析问题的难点。把 10 头牛 22 天吃的总量与 16 头牛 10 天吃的总量相比较，得到的 $10 \times 22 - 16 \times 10 = 60$ ，是 60 头牛一天吃的草，平均分到 $(22 - 10)$ 天里，便知是 5 头牛一天吃的草，也就是每天新长出的草。求出了这个条件，把 25 头牛分成两部分来研究，用 5 头吃掉新长出的草，用 20 头吃掉原有的草，即可求出 25 头牛吃的天数。

解：新长出的草供几头牛吃 1 天：

$$(10 \times 22 - 16 \times 10) \div (22 - 10)$$

$$= (220 - 160) \div 12$$

$$= 60 \div 12$$

$$= 5 \text{ (头)}$$

这片草供 25 头牛吃的天数：

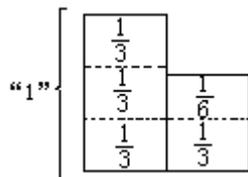
$$(10 - 5) \times 22 \div (25 - 5)$$

$$= 5 \times 22 \div 20$$

$$= 5.5 \text{ (天)}$$

答：供 25 头牛可以吃 5.5 天。

12. 托尔斯泰问题。俄国大文学家托尔斯泰对数学很感兴趣，曾经编过这样一道题：一组割草人要把两块草地的草割掉，大的一块草地比小的一块大一倍。全体组员用半天时间割大的一块，下午他们便对半分，一半组员仍留在大块草地上，到傍晚时把草割完了。另外一半组员到小草地上割草，到傍晚时还剩下一块，这块由一个割草人又用了一天时间才割完。假若每人割草的进度都相同，这组割草人共有多少？



想：如图，把大块草地面积看作单位“1”，则小块草地面积就是 $\frac{1}{2}$ 。全体组员割了一上午，一半组员割了一下午，把大块地割完，可推出一半组员半天割大块草地的 $\frac{1}{3}$ 。一半组员在小草地上割了半天，剩下的是 $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ ，正好是一人一天的工作量。知道了总工作量和每个人的工作量，便容易求出全组人数。

$$\begin{aligned} \text{解：} & \left(1 + \frac{1}{3}\right) \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \\ & = 1 \frac{1}{3} \div \frac{1}{6} \\ & = 8 \text{ (人)} \end{aligned}$$

答：这组割草人共有 8 人。

13. 墓碑上的年龄问题。丢番图是古希腊杰出的数学家，在他的墓碑上刻着一首谜语式的短诗，内容是一道有趣的数学问题。

丢番图的一生，幼年占 $\frac{1}{6}$ ，

青少年占 $\frac{1}{12}$ ，又过了 $\frac{1}{7}$ 才结婚，

5 年之后生子，子先其父 4 年而死，

寿命是他父亲的一半，

问丢番图活了多少岁？

想：把丢番图的年龄看作单位“1”，那么 (5+4) 年的和相当于他年龄的 $\left(1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \frac{1}{7} - \frac{1}{2}\right)$ 。

$$\begin{aligned} \text{解：} & (5+4) \div \left(1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \frac{1}{7} - \frac{1}{2}\right) \\ & = 9 \div \frac{3}{28} \\ & = 9 \times \frac{28}{3} \end{aligned}$$

= 84 (岁)

答：丢番图活了 84 岁。

14. 百鸡问题。古代《张邱建算经》中的“百鸡问题”是一道很有名的算题。题目内容是：用 100 元买 100 只鸡，大公鸡 5 元 1 只，母鸡 3 元 1 只，小鸡 1 元 3 只。问各能买多少只？

想：把三种鸡的只数分别设为未知数 x 、 y 、 z ，然后利用总只数、总钱数两个条件，列出两个方程，根据鸡的只数必须取整数的要求，一步一步推出各种鸡的只数。

解：设大公鸡 x 只，母鸡 y 只，小鸡 z 只。根据题意，得

$$\begin{cases} x + y + z = 100 \dots\dots\dots \\ 5x + 3y + \frac{1}{3}z = 100 \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$x + y + z = 5x + 3y + \frac{1}{3}z$$

$$= 6x + 3y \dots\dots\dots$$

把式代入式

$$z + y + 6x + 3y = 100$$

$$x = \frac{100 - 4y}{7} = \frac{4 \times (25 - y)}{7}$$

$$\text{由} \begin{cases} y_1 = 4 \\ y_2 = 11 \\ y_3 = 18 \end{cases} \text{得} \begin{cases} x_1 = 12 \\ x_2 = 8 \\ x_3 = 7 \end{cases} \quad x_2 = 8y_3 = 18$$

把 x 、 y 的解代入式得

$$\begin{cases} z_1 = 84 \\ z_2 = 81 \\ z_3 = 78 \end{cases}$$

答：买大公鸡 12 只，母鸡 4 只，小鸡 84 只；
 或买大公鸡 8 只，母鸡 11 只，小鸡 81 只；
 或买大公鸡 4 只，母鸡 18 只，小鸡 78 只。

15. 土耳其商人和帽子。有一个土耳其商人，想找一个助手。有两个人前来报名，商人想测验一下这两人中谁更聪明。他把两人带进一间既没有镜子，也没有窗户，全靠灯来照明的房子里。然后商人打开一个盒子说：“这里面有五顶帽子，两顶红的，三顶黑的，现在我把灯熄掉，我们三人每人摸一顶戴在自己的头上，然后我把盒子盖上，点亮灯后，你们要尽快说出自己头上戴的什么颜色的帽子。”说毕，就照着做了。当灯亮之后，两个人都看见商人戴着一顶红帽子。过了一瞬间，其中一个人说：“我戴的是黑色的帽子！”这个人猜对了。想一想，他是怎么猜对的？

想：应首先排除不可能的情况，然后一步步推出必然出现的情况。

解：猜对的人是这样推想的：一共两顶红帽子，商人头上已经戴了一顶红帽子，如果我戴的是红帽子，对方马上就能断定自己戴的是黑帽子。

我们都不能马上判断，显然对方和我戴的一样，都是黑色的帽

子。由于他抢先一步，就猜对了。

16. 苏步青爷爷做过的题目。甲和乙分别从东西两地同时出发，相对而行，两地相距 100 里，甲每小时走 6 里，乙每小时走 4 里。如果甲带一只狗，和甲同时出发，狗以每小时 10 里的速度向乙奔去，遇到乙后即回头向甲奔去，遇到甲后又回头向乙奔去，直到甲乙两人相遇时狗才停住。这只狗共跑了多少里路？

想：只从狗本身考虑，光知道速度，无法确定跑的时间。但转个角度，狗在甲乙之间来回奔跑，狗从开始到停止跑的时间与甲乙二人相遇时间相同。由此便能求出答案。

$$\begin{aligned} \text{解：} & 10 \times [100 \div (6+4)] \\ & = 10 \times [100 \div 10] \\ & = 10 \times 10 \\ & = 100 \text{ (里)} \end{aligned}$$

答：这只狗共跑了 100 里。

17. 哥德巴赫猜想。二百多年前，有一位德国数学家名叫哥德巴赫。他发现，每一个不小于 6 的偶数，都可以写成两个素数（也叫质数）的和，简称“1+1”。例如：

$$\begin{array}{lll} 6=3+3 & 100=3+97 & 1000=3+997 \\ 8=3+5 & 102=5+97 & 1002=5+997 \dots\dots \\ 12=5+7 & 104=7+97 & 1004=7+997 \end{array}$$

哥德巴赫对许多偶数进行了检验，都说明这个推断是正确的。以后有人对偶数进行了大量的验算，从 6 开始一个一个地一直验算到三亿三千万个数，都表明哥德巴赫的发现是正确的。

但是，自然数是无限的，是不是这个论断对所有的自然数都正确呢？还必须从理论上加以证明，哥德巴赫自己无法证明。1742 年，他写信给当时有名的数学家欧拉，请他帮忙作出证明。后来欧拉回信说：“他认为哥德巴赫提出的问题是正确的，不过他没有办法证明。因为没能证明，不能成为一条规律，所以只能说是一个猜想，人们就把哥德巴赫提出的那个问题称为“哥德巴赫猜想”。

从此，哥德巴赫猜想成了一道世界有名的难题。有人称它为“皇冠上的明珠”，它好比是数学上的一座高峰。谁能攀登上这座高峰呢？二百多年来，许许多多数学家都企图给这个猜想作出证明。我国数学家陈景润在对“哥德巴赫猜想”的研究上取得突破性进展，居于世界领先地位。他的著名论文《大素数表为一个素数及不超过两个素数乘积之和》中的成果被国际数学界称为“陈氏定理”。

